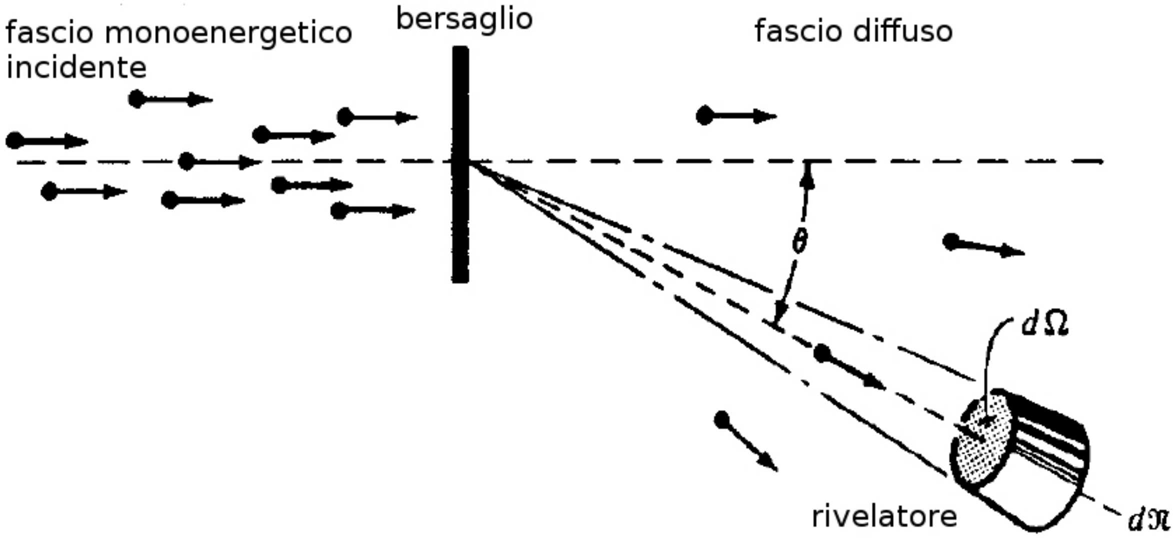
Fenomeni d'urto

Esaminiamo il problema delle collisioni tra un fascio di particelle di energia nota con quelle di un bersaglio.



Si hanno due possibilità di "**urto**":

Diffusione --> stato finale con stesse particelle dello stato iniziale

Reazione --> stato finale con particelle diverse da stato iniziale

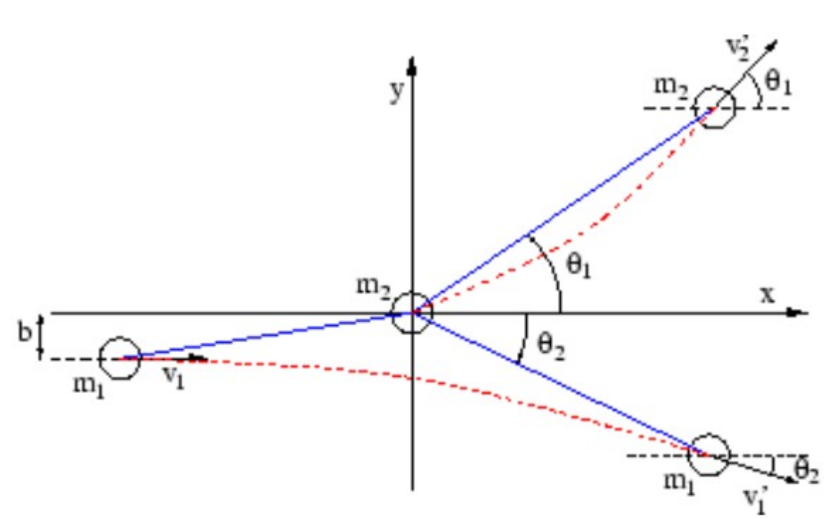
Caratteristica comune ai due casi:
forze agenti fra i due corpi interagenti hanno intensità elevata per un tempo breve (interazione con altre particelle trascurabile) -->

sistema isolato --> conservazione quantità di moto

--> conservazione momento angolare

--> conservazione energia propria

Fenomeni d'urto



Sistema sottoposto a forze interne (repulsive) e esterne

Durata interazione --> $\Delta t = t_f - t_i$

Per gli impulsi delle due particelle avremo

$\overline{J}_1 = \Delta\overline{q}_1 = \Delta\overline{q}_1^{(i)} + \Delta\overline{q}_1^{(e)} = \int_{ti}^{tf} \overline{f}_{1(2)}\,dt + \int_{ti}^{tf} \overline{f}_1^{(e)}\,dt$

$\overline{J}_2 = \Delta\overline{q}_2 = \Delta\overline{q}_2^{(i)} + \Delta\overline{q}_2^{(e)} = \int_{ti}^{tf} \overline{f}_{2(1)}\,dt + \int_{ti}^{tf} \overline{f}_2^{(e)}\,dt$

<u>Se le forze esterne rimangono invariate durante urto</u> e l'urto ha durata breve allora $\int_{ti}^{tf} \overline{f}_1^{(e)}\,dt = \int_{ti}^{tf} \overline{f}_2^{(e)}\,dt = 0$ e si ha

$\Delta\overline{q}_1 = -\Delta\overline{q}_2$ --> $\Delta\overline{Q} = 0$ --> $\overline{Q}(t_i) = \overline{Q}(t_f)$

[ex. urto tra palle biliardo: forze esterne --> gravità, vincoli
forze interne --> forze a contatto]

Analogamente per il momento angolare

$\Delta p_{1\Omega} = \int_{ti}^{tf} \overline{M}_1\,dt = \int_{ti}^{tf} \overline{M}_1^{(i)}\,dt + \int_{ti}^{tf} \overline{M}_1^{(e)}\,dt$ ed analoga per $\Delta\overline{p}_{2\Omega}$

Anche in questo caso $\Delta\overline{p}_{1\Omega} = -\Delta\overline{p}_{2\Omega}$ --> $\overline{P}(t_i) = \overline{P}(t_f)$

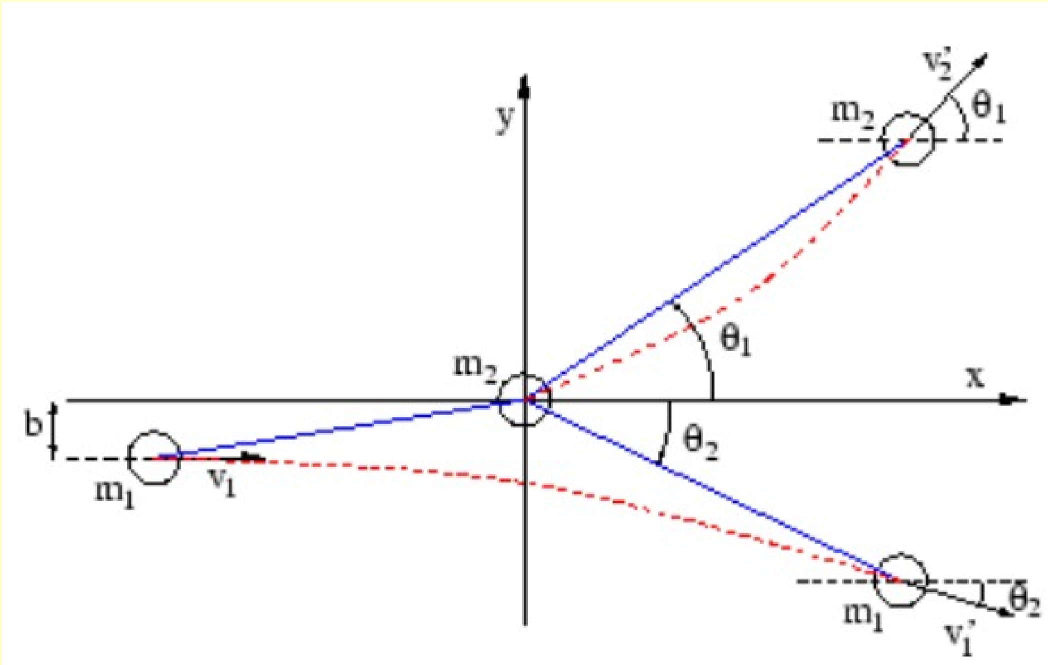
E infine per l'energia

lavoro forze esterne --> trascurabile rispetto a energia interna a causa della brevità dell'urto
--> conservazione energia

energia cinetica costante --> urto elastico

energia cinetica diminuisce --> urto anelastico

Fenomeni d'urto



Se le forze esterne rimangono invariate durante urto

Conservazione $\overline{Q}$ --> $\overline{v}_{CM}$ costante

($\overline{Q} = M\,\overline{v}_{CM}$) --> $K_{CM} = (½)\, M\, v_{CM}^2$ costante

e quindi, essendo $K = K' + K_{CM}$ si ha

urto elastico --> K costante --> K ' costante

urto anelastico --> K diminuisce --> K ' diminuisce

Studio del moto nel **caso elastico**:

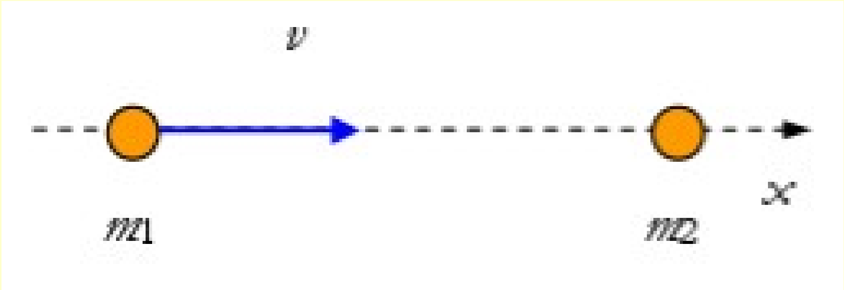
1) conservazione $\overline{Q}$ --> 3 equazioni scalari

2) conservazione K --> 1 equazione scalare

con 6 gradi di libertà --> problema non risolvibile

Il problema è risolvibile se è noto lo stato iniziale ed è stata determinata la direzione orientata finale di una particella.

Fenomeni d'urto



Caso elastico semplice --> urto centrale (unidimensionale)

$$(½)\, m_1 v_{1i}^2 + (½)\, m_2 v_{2i}^2 = (½)\, m_1 v_{1f}^2 + (½)\, m_2 v_{2f}^2$$
$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

Note m_1, m_2, v_{1i} e v_{2i} abbiamo quindi due equazioni in due incognite (v_{1f} e v_{2f}), con soluzioni

$$v_{1f} = [(m_1 - m_2)\, v_{1i} + 2\, m_2 v_{2i}] / (m_1 + m_2)$$
$$v_{2f} = [(m_2 - m_1)\, v_{2i} + 2\, m_1 v_{1i}] / (m_1 + m_2)$$

Se $m_1 = m_2$ --> $v_{1f} = v_{2i}$ --> scambio di velocità

Se $v_{2i} = 0$ --> $v_{1f} = [(m_1 - m_2)\, v_{1i}] / (m_1 + m_2)$

$v_{2f} = [2\, m_1 v_{1i}] / (m_1 + m_2)$

--> $m_1 > m_2$ --> $v_{1f} > 0$

--> $m_1 = m_2$ --> $v_{1f} = 0$

--> $m_1 < m_2$ --> $v_{1f} < 0$

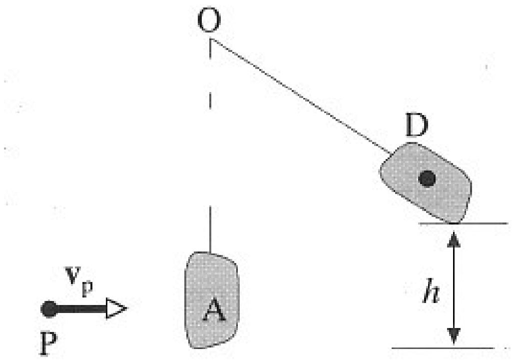
--> $m_1 << m_2$ --> $v_{2f} \approx 0$ $v_{1f} = - v_{1i}$

rimbalzo

Fenomeni d'urto

Studio del moto nel caso **completamente anelastico**:

Pendolo balistico (misura velocità di un proiettile)
└> corpo A di massa M attaccato a supporto fisso O tramite corda inestendibile



Proiettile P colpisce corpo A in direzione passante per il CM di A e il sistema P+A entra in rotazione e raggiunge quota h

Subito dopo urto --> P e A sono in quiete relativa ed hanno stessa velocità v_D.

In questo caso le forze esterne (ex. reazione vincolare in O) variano durante l'urto ma non danno momento di forze rispetto ad O. Vale quindi la conservazione del momento angolare rispetto ad O

$$\bar{r} \times m\, \bar{v}_P = \bar{r} \times (m+M)\, \bar{v}_D \quad \text{-->} \quad \bar{v}_D = m\, \bar{v}_P / (m+M)$$

Successivamente, dalla conservazione dell'energia si ha

$$(½)\,(m+M)\, v_D^2 = (m+M)\, gh$$

e quindi

$$v_P = (1 + M/m)\, \sqrt{2gh}$$