Applicazioni

.

Legge di Stevino e principio di Pascal

Per I **liquidi** (incompressibili ovvero con densità avente lo stesso valore in ogni punto) l'integrazione della equazione della statica $\mathbf{dp/dz = -\rho g}$ tra due pressioni p_1 e p_2 corrispondenti a due quote z_1 e z_2 porta a

$$p_2 - p_1 = -\rho g (z_2 - z_1) \qquad (1)$$

Se indichiamo con $\mathbf{p_0}$ il valore della pressione alla superficie libera di un liquido e con **p** la pressione alla profondità **h** si ha allora, indipendentemente dalla forma del recipiente,

$$p = p_0 + \rho g h \qquad \text{Legge di Stevino}$$

Il termine **ρgh** è chiamato **"pressione idrostatica"**

Dalla (1) segue inoltre che

"L'incremento della pressione p in una qualsiasi posizione del fluido si propaga a tutto il fluido" (Principio di Pascal)

Una diretta applicazione del Principio di Pascal la si ha nel

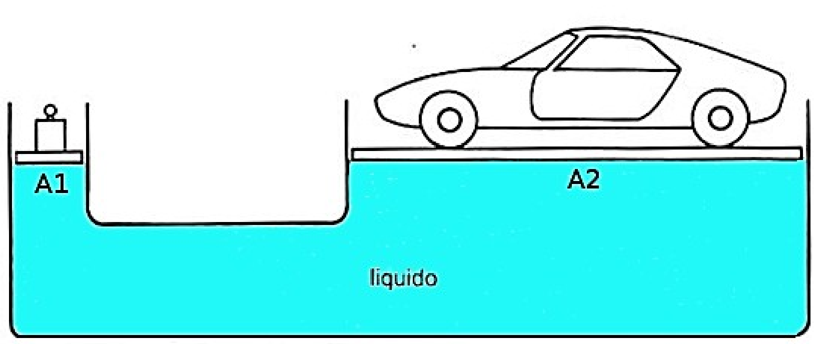
torchio idraulico
(impianto freni auto)

2 cilindri di sezione diversa, tra loro comunicanti, contenenti olio e chiusi da 2 pistoni, aventi area A_1 e A_2.

F_1 forza normale su A_1 → $\quad \mathbf{p_1 = F_1/A_1 = p_2 = F_2/A_2} \quad$ → $\mathbf{F_2 = (A_2/A_1)F_1}$

Moltiplicatore di forza
($A_2/A_1 > 1$)

Moltiplicatore di energia?
NO



Applicazioni

Barometro di Torricelli

Canna barometrica (con una estremità chiusa) riempita di mercurio fino al bordo dell'estremità aperta e poi capovolta e immersa in recipiente con mercurio.
Nei punti A e B, essendo alla stessa altezza, si deve avere la stessa pressione

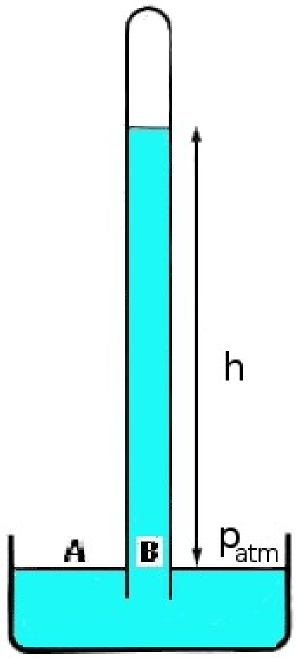
in A → $p = p_{ATM}$ con p_{ATM} pressione atmosferica

in B → $p = \rho gh + p_{VS}$ con h altezza della colonna di mercurio e p_{VS} pressione di vapor saturo ($\approx 10^{-4}\, p_{ATM}$)

Sperimentalmente:

h ≈ 76 cm --> **$p_{ATM} \approx 1.01 \cdot 10^{5}$ Pa**

essendo $\rho = 13.6 \cdot 10^{3}\ \mathrm{kg/m^3}$



Applicazioni

Pressione atmosferica e quota

Applichiamo l'equazione della statica all'**aria (compressibile)** per ricavare l'andamento della pressione atmosferica con la quota z.
Al crescere di z --> p decresce e anche ρ decresce
--> schematizzazione $\mathbf{p / \rho = p_0 / \rho_0 = kT = costante}$

Avremo quindi $\mathbf{dp/dz = - \rho(z)\, g = - (\rho_0/p_0)\, p(z)\, g}$ --> $\mathbf{dp/p(z) = - (\rho_0/p_0)\, g\, dz}$

con ρ_0 (=1.2 * 10^{-6} kg/m^3) e p_0 valori di densità e pressione al livello del mare
Integrando tra z=0 e la quota generica z si ricava infine

$$p = p_0 * e^{-(\rho_0 / p_0)\, g\, z}$$

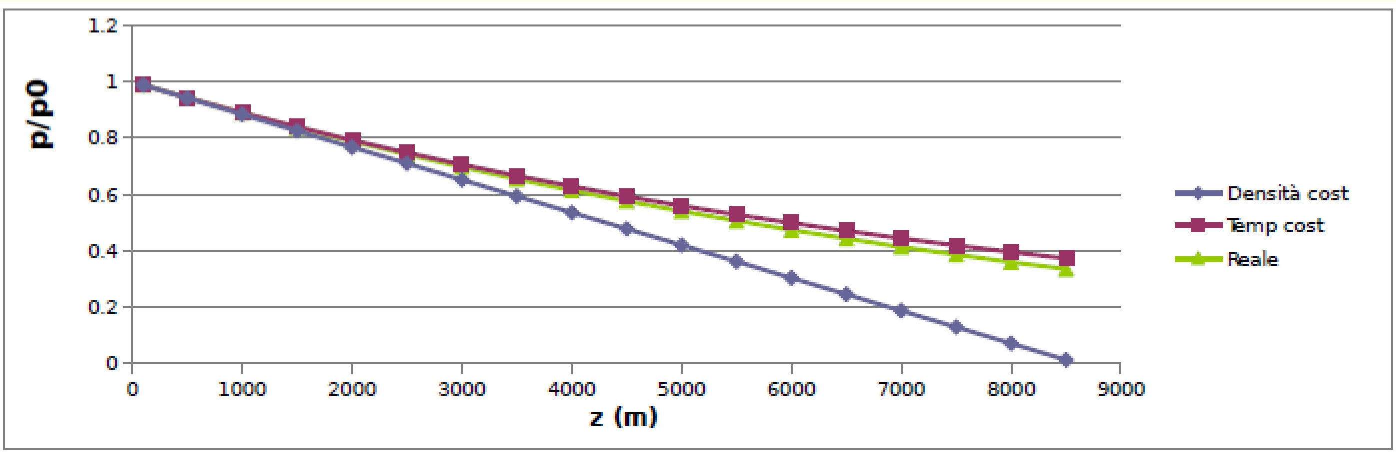
Ma (ρ_0/p_0)*g = 1.16 *10^{-4} m^{-1} e quindi z = 5 km --> p/p_0 =0.6
z =10 km --> p/p_0 =0.3
z =20 km --> p/p_0 =0.1
in buon accordo con i risultati sperimentali

In realtà la temperatura non si mantiene costante e nella troposfera (z = 0 – 12 km) si misura una sua diminuzione a causa della riduzione nell'assorbimento della radiazione infrarossa emessa dalla Terra. Tale andamento può essere schematizzato tramite la relazione

$\mathbf{T = T_0 - \alpha z}$ con α = 6.5 °C / km e z altitudine s.l.m.

Introducendo tale dipendenza nella equazione della statica si ricava infine

$$p = p_0 * [1 - (\alpha z/T_0)]^{(\rho_0 T_0 g / p_0 \alpha)}$$

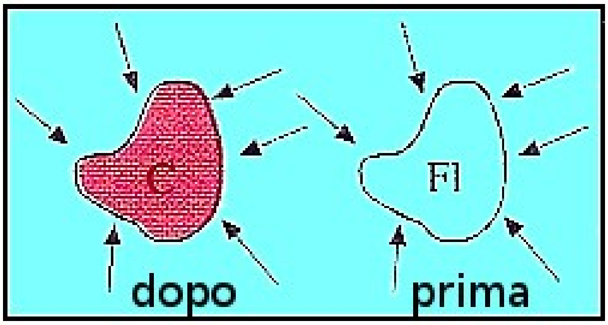


Applicazioni

Legge di Archimede

“Ogni corpo immerso in un fluido riceve da questo una spinta dal basso verso l'alto pari al peso del volume di fluido spostato”

Prima del posizionamento del corpo:
volume V_C di fluido in equilibrio sotto l'effetto del proprio peso e delle forze di pressione esercitate dal fluido circostante (il risultante delle forze esterne deve essere nullo) -->
$\overline{F}_{ARCH} = - V_C \rho_F \overline{g}$



Dopo il posizionamento del corpo:
le forze di pressione del fluido rimangono invariate e quindi sul corpo agiscono il peso $\overline{p} = V_C \rho_C \overline{g}$ e la stessa $\overline{F}_{ARCH}$ di prima

Equilibrio **-->** $V_C \rho_C \overline{g} = - \overline{F}_{ARCH} = V_C \rho_F \overline{g}$ **-->** $\rho_C = \rho_F$

se $\rho_C > \rho_F$ --> il corpo va a fondo
se $\rho_C < \rho_F$ --> il corpo sale in superficie ed emerge fino a quando il suo volume immerso V_I non è tale che $V_C \rho_C \overline{g} = - \overline{F}_{ARCH} = V_I \rho_F \overline{g}$ **-->** $V_I = (\rho_C / \rho_F) V_C$

Si ha quindi **galleggiamento** in **acqua** ($\rho_F = 1.00$ g /cm^3) per
olio di oliva ($\rho_c = 0.92$ g /cm^3)
alcool etilico ($\rho_c = 0.81$ g /cm^3)
benzina ($\rho_c = 0.68$ g /cm^3)

Si ha invece **galleggiamento** in **aria** ($\rho_F = 1.20 \cdot 10^{-3}$ g /cm^3) a temperatura ambiente per
idrogeno H_2 ($\rho_c = 0.09 \cdot 10^{-3}$ g /cm^3)
elio He ($\rho_c = 0.18 \cdot 10^{-3}$ g /cm^3)
metano CH_4 ($\rho_c = 0.72 \cdot 10^{-3}$ g /cm^3)
ammoniaca NH_3 ($\rho_c = 0.77 \cdot 10^{-3}$ g /cm^3)

ma **non galleggiano**
ossigeno O_2 ($\rho_c = 1.43 \cdot 10^{-3}$ g /cm^3)
diossido di carbonio CO_2 ($\rho_c = 1.98 \cdot 10^{-3}$ g /cm^3)
ozono O_3 ($\rho_c = 2.14 \cdot 10^{-3}$ g /cm^3)

DINAMICA DEI FLUIDI

Per descrivere il moto di un fluido sono possibili due diversi approcci

Descrizione lagrangiana

Descrizione del moto di tutte le particelle (atomi o molecole) che costituiscono il fluido tramite la conoscenza di equazioni del tipo

$$\begin{cases} x = x(x_0, y_0, z_0, t) \\ y = y(x_0, y_0, z_0, t) \\ z = z(x_0, y_0, z_0, t) \end{cases}$$

dove x_0, y_0 e z_0 --> posizione della particella all'istante iniziale (valori diversi corrispondono ad altra particella)

A causa dell'elevato numero di particelle tale descrizione risulta proibitiva.

Descrizione euleriana

Descrizione delle grandezze fisiche di interesse **"in un certo numero di posizioni"** nel fluido. Ad esempio la conoscenza del campo vettoriale di velocità si traduce nella conoscenza della funzione

$$\bar{v} = \bar{v}(x, y, z, t)$$

dove x, y e z sono le coordinate della posizione in cui viene determinato (con un opportuno sensore) il valore della velocità (valori presi ad istanti diversi si riferiscono a particelle diverse)

Noto il campo vettoriale di velocità ad un certo istante t_m si possono definire **linee di flusso** quelle linee geometriche per le quali in ogni punto la velocità è tangente alla linea (le linee di flusso non possono quindi intersecarsi).

Se le grandezze che caratterizzano il fluido non dipendono dal tempo, il moto viene detto **stazionario**, in caso contrario **non stazionario**.

Se il moto è stazionario, le linee di flusso restano costanti nel tempo e coincidono con le traiettorie delle particelle

In tali condizioni è utile definire un **tubo di flusso** come la superficie che si ottiene partendo da una linea chiusa Γ, costruendo tutte le linee di flusso che passano per i punti di essa.

Il tubo di flusso divide il fluido in due parti (interna ed esterna) e le particelle interne al tubo non ne escono, quelle esterne non vi entrano.