DINAMICA DEI FLUIDI

Classificazione dinamica dei fluidi

* **viscosi** (attrito interno al fluido): sono caratterizzati da un coefficiente di viscosità η (proporzionale alla forza di attrito) che può variare di diversi ordini di grandezza

Ex.:

η (aria) =	$1.8 \cdot 10^{-5}$	$N\ m^{-2}\ s$
η (acqua) =	$1.0 \cdot 10^{-3}$	$N\ m^{-2}\ s$
η (olio di oliva) =	$8.4 \cdot 10^{-2}$	$N\ m^{-2}\ s$
η (olio lubrificante) =	1	$N\ m^{-2}\ s$
η (lava fusa) =	$1 \cdot 10^{3}$	$N\ m^{-2}\ s$
η (vetro) =	$1 \cdot 10^{12}$	$N\ m^{-2}\ s$

* **non viscosi** (assenza di attrito interno al fluido)

Classificazione del moto

* **moto rotazionale** (vorticoso, rot $\overline{v} \neq 0$, presenza di vortici)

* **moto non rotazionale** (laminare, rot $\overline{v} = 0$, assenza di vortici)

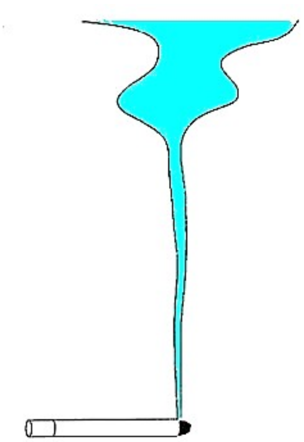
Si passa da un regime all'altro a seconda del valore del **numero di Reynolds**

$$Re = \rho\, v\, l / \eta \quad > \quad (Re)_{crit} \approx 10^{3}$$

dove l è la dimensione della sezione del fluido, trasversale al moto.

Ex.: fumo della sigaretta accesa, che si muove verso l'alto inizialmente con moto non rotazionale (laminare) che diventa rotazionale (vorticoso) quando la sua velocità è tale che

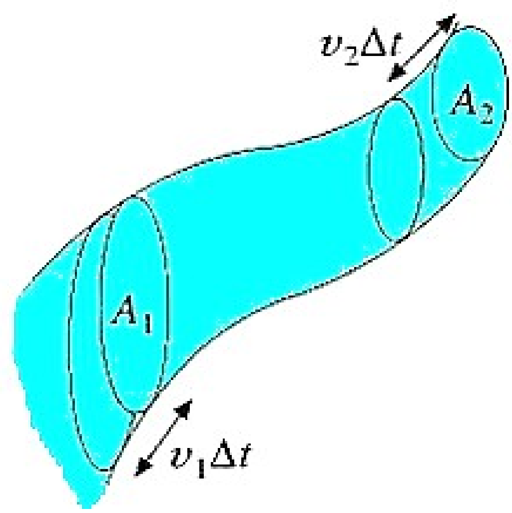
$$Re > (Re)_{crit}$$



Nel seguito tratteremo il caso più semplice, ovvero quello di un **fluido non viscoso in moto stazionario non rotazionale (fluido ideale).**

EQUAZIONE DI CONTINUITA'

Consideriamo un **fluido ideale** e individuiamo un tubo di flusso contenente una porzione del fluido, delimitata dal tubo e dalle due basi A_1 e A_2, in moto da sinistra verso destra.
Siano ρ_1 e ρ_2 le densità del fluido in A_1 e A_2 e v_1 e v_2 i moduli delle corrispondenti velocità (costanti purché A_1 e A_2 siano sufficientemente piccole).



In un intervallo di tempo Δt:

fluido in ingresso

$\Delta V_1 = A_1 v_1 \Delta t$ --> $\Delta m_1 = \rho_1 A_1 v_1 \Delta t$

fluido in uscita

$\Delta V_2 = A_2 v_2 \Delta t$ --> $\Delta m_2 = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t$

Per la conservazione della massa del fluido contenuto nella porzione del tubo si ha

$\Delta m_1 = \Delta m_2$ --> $\boldsymbol{\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2}$ **= "portata di massa" costante**

Per un fluido incompressibile ($\rho_1 = \rho_2$, liquido)

$\boldsymbol{A_1 v_1 = A_2 v_2}$ **= "portata volumetrica" costante**

Applicazioni:

***** restringendo la sezione di uscita di un tubo di gomma si ha un aumento della velocità di uscita del fluido

* riduzione della sezione dell'acqua che esce dal rubinetto man mano che si allontana da esso, aumentando la sua velocità durante la caduta

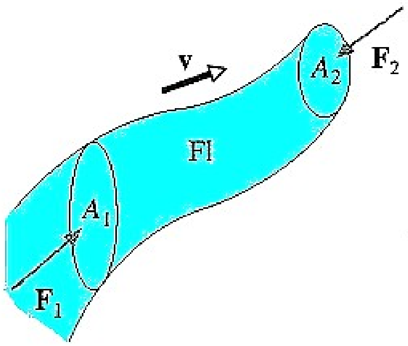
TEOREMA DI BERNOULLI

Consideriamo una porzione di un **tubo di flusso di un fluido ideale** e supponiamo che le due basi A_1 e A_2 siano sufficientemente piccole da poter considerare costanti i moduli delle velocità del fluido in ciascun punto di esse

Forze agenti sulla porzione di fluido

- forze di pressione da parte del fluido circostante, perpendicolari alla superficie del tubo in ogni punto (fluido non viscoso)
- forza di gravità

Lavoro



Il lavoro eseguito dalle forze di pressione in un intervallo di tempo Δt è dato da

Lp $= p_1 A_1 v_1 \Delta t - p_2 A_2 v_2 \Delta t =$

$= p_1 \Delta m / \rho - p_2 \Delta m / \rho =$

$\mathbf{= (p_1 - p_2) \Delta m / \rho}$

con $\Delta m = \rho A_1 v_1 \Delta t = \rho A_2 v_2 \Delta t$ massa contenuta nei due volumi $A_1 v_1 \Delta t$ e $A_2 v_2 \Delta t$ (uguali per la conservazione della massa)

Il lavoro eseguito dal campo gravitazionale nell'intervallo di tempo Δt è dato dalla differenza dell'energia potenziale gravitazionale della massa Δm nelle posizioni 1 e 2 e quindi

Lg $\mathbf{= - (h_2 - h_1) \Delta m\, g}$

Dal teorema delle forze vive si ricava infine

$$Lp+Lg = (p_1 - p_2) \Delta m / \rho - (h_2 - h_1) \Delta m\, g = (½) \Delta m\, v_2^2 - (½) \Delta m\, v_1^2$$

Dividendo per Δm si ottiene

$$p_1 / \rho + h_1 {*} g + v_1^2 / 2 = p_2 / \rho + h_2 {*} g + v_2^2 / 2 = \text{costante}$$

Teorema di Bernoulli --> lungo una linea di flusso

$$\mathbf{p / \rho + h {*} g + v^2 / 2 = costante}$$

TEOREMA DI BERNOULLI

Dividendo per g l'espressione del Teorema di Bernoulli si ottiene

$$p \,/\, (g\,\rho) + h + v^2 \,/\, (2g) = \text{costante}$$

dove

$p \,/\, (g\,\rho)$ = **altezza piezometrica** (altezza di una colonna di fluido che esercita una pressione p sulla base)

$v^2 \,/\, (2g)$ = **altezza cinetica** (altezza di caduta del fluido per avere velocità v all'arrivo)

h = **altezza effettiva**

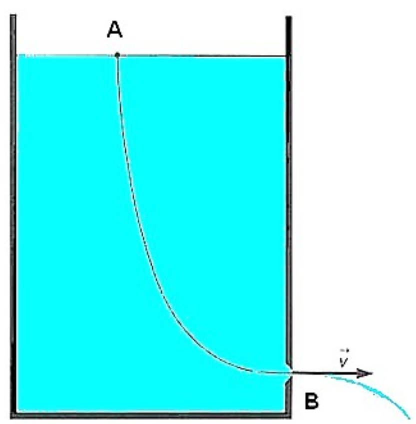
e quindi il Teorema di Bernoulli può essere enunciato come

$$h_{piez} + h_{cin} + h_{eff} = \text{costante}$$

ovvero la somma delle altezze piezometrica, cinetica e effettiva si mantiene costante lungo una linea di flusso

APPLICAZIONI

Recipiente forato



In A (superficie fluido)

$p = p_0 \quad v = 0 \quad h = h_A$

In B (dopo foro uscita)

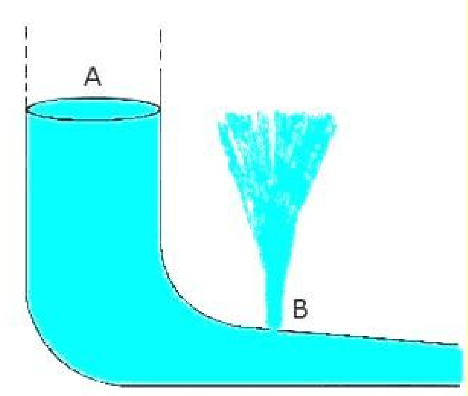
$p = p_0 \quad v = v_{out} \quad h = 0$

Dal Teorema si ha

$p_0 /(g\rho) + h_A = p_0 /(g\rho) + v^2_{out} /(2g) \quad \text{-->} \quad v_{out} = \sqrt{2gh_A}$

Tubo forato

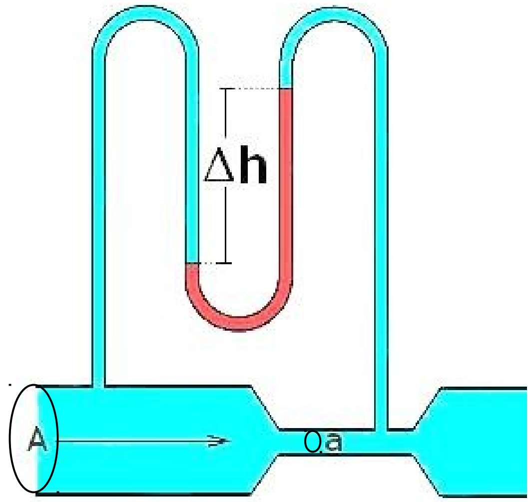
Nei punti A e B si hanno le stesse relazioni dell'esempio precedente ma questa volta la velocità di uscita è verticale e quindi il fluido, dopo essere fuoruscito dal tubo, raggiunge nuovamente l'altezza h_A



TEOREMA DI BERNOULLI

ALTRE APPLICAZIONI

Tubo di Venturi (misura della velocità di un fluido)



Tubo a sezione variabile: **ingresso A**, **uscita a** (< A).
Essendo le due sezioni centrate alla stessa quota, dall'equazione di continuità e dal Teorema di Bernoulli si ricava

$$\begin{cases} A\,v_A = a\,v_a \quad \text{--->} \quad v_a = (A/a)\,v_A \\ p_A/(g\,\rho) + v_A^2/(2\,g) = p_a/(g\,\rho) + v_a^2/(2\,g) \end{cases}$$

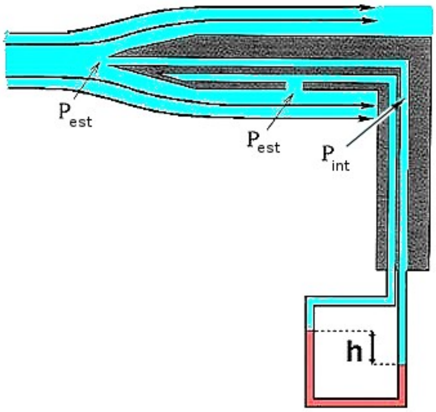
Ma $p_A/(g\,\rho) - p_a/(g\,\rho) = \mathbf{h_a - h_A = \Delta h}$ (differenza di quota del fluido barometrico nei tubi verticali in corrispondenza delle sezioni A e a) e quindi

$$v_A^2 = 2\,g\,a^2(h_a - h_A)/(A^2 - a^2) \qquad \text{--->} \qquad \mathbf{v_A = k\sqrt{\Delta h}}$$

Tubo di Pitot (misura della velocità del fluido)

Si basa sulla misura della pressione necessaria per arrestare il moto di un fluido. E' costituito da un tubo a L, il cui tratto orizzontale è immerso nel fluido in moto e l'altro verticale ne emerge. Il fluido che entra nel tubo di Pitot si arresta, mentre il resto del fluido continua il proprio moto. Per il teorema di Bernoulli

$$p_{est}/(g\rho) + v_{est}^2/(2g) = p_{int}/(g\rho)$$



Indicando con h l'altezza del fluido barometrico nel tratto verticale avremo cl

$$h = p_{int}/(g\rho) - p_{est}/(g\rho) \quad \text{--->} \quad \mathbf{v_{est} = \sqrt{2gh}}$$

Sul principio di funzionamento del tubo di Pitot si basano gli strumenti di misura della velocità degli aerei rispetto all'aria