

Dimostrazione della irrazionalità di e

Da Wikipedia, l'enciclopedia libera.

Il numero *e* è un numero fondamentale in molti campi della matematica e in altre scienze. È qui riportata una dimostrazione della sua irrazionalità, ossia del fatto che esso non può essere scritto come frazione con numeratore e denominatore interi.

Dimostrazione

Ragionando per assurdo, consideriamo il numero di Nepero *e* un numero razionale e dunque esprimibile nella forma $\frac{a}{b}$ con *a* e *b* interi positivi, e sia

$$x = b! \left(e - \sum_{n=0}^b 1/n! \right).$$

Possiamo ora notare che per come è costruito, *x* è un numero intero. Infatti, avendo supposto *e* come il rapporto tra *a* e *b*, possiamo scrivere

$$x = b! \left(\frac{a}{b} - \sum_{n=0}^b 1/n! \right) = a(b-1)! - \sum_{n=0}^b b!/n!.$$

Il primo termine della differenza è un intero, ed anche il secondo termine lo è, poiché tutti i termini della somma lo sono finché $b \geq n$. Utilizzando la definizione di *e* possiamo scrivere

$$x = \sum_{n=b+1}^{\infty} b!/n!$$

e questo implica che $x > 0$. La relazione appena trovata ci permette di scrivere


$$x = \frac{1}{b+1} + \frac{1}{(b+1)(b+2)} + \frac{1}{(b+1)(b+2)(b+3)} + \dots < \frac{1}{b+1} + \frac{1}{(b+1)^2} + \frac{1}{(b+1)^3} + \dots = \frac{1}{b}$$

grazie alla formula per la somma di una serie geometrica. Poiché evidentemente $b > 1$ abbiamo ottenuto che $x < 1$.

Otteniamo quindi che $0 < x < 1$; non essendoci interi tra 0 ed 1 abbiamo trovato l'assurdo, e dimostrato l'irrazionalità di *e*

CVD

Altri progetti

-  **Wikimedia Commons** (<https://commons.wikimedia.org/wiki/?uselang=it>) contiene immagini o altri file su **Dimostrazione della irrazionalità di e** ([https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:E_\(mathematical_constant\)?uselang=it](https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:E_(mathematical_constant)?uselang=it))

Estratto da "https://it.wikipedia.org/w/index.php?title=Dimostrazione_della_irrazionalità_di_e&oldid=77518369"

Categoria: Dimostrazioni matematiche

- Questa pagina è stata modificata per l'ultima volta il 2 gen 2016 alle 12:38.

- Il testo è disponibile secondo la licenza Creative Commons Attribuzione-Condividi allo stesso modo; possono applicarsi condizioni ulteriori. Vedi le Condizioni d'uso per i dettagli. Wikipedia® è un marchio registrato della Wikimedia Foundation, Inc.