**QUADRILATERI**

**Consegna 1:** Costruire un quadrilatero ABCD in cui D è un punto scelto sulla retta parallela a BC passante per A. Quali tipi di quadrilatero può diventare ABCD?

[Lezione Geog\consegna1.ggb](Lezione%20Geog/consegna1.ggb)

**Consegna 4:** Dato un quadrilatero costruire i punti medi delle diagonali, M e N. Sotto quali condizioni M coincide con N? (associa enunciati condizionali alla ﬁgura ottenuta)

**Attività** Su cinque fogli diversi di Geogebra costruite:

a) un trapezio

b) un parallelogramma

c) un rombo

d) un rettangolo

e) un quadrato

Descrivete quali proprietà delle figure avete utilizzato per costruirle.

Ora prestate bene attenzione: costruire una figura con Geogebra vuol dire che, comunque si trascinano i punti liberi, quella figura mantiene le proprietà che la caratterizzano. Ciò vuol dire, per esempio, che se pensate di aver costruito un rettangolo, non è sufficiente che la figura che avete disegnato in Geogebra sembri un rettangolo in una particolare configurazione. Muovendo i punti liberi deve continuare a essere un rettangolo, ossia ad avere gli angoli retti.

Per vedere se effettivamente avete costruito i quadrilateri particolari che vi abbiamo chiesto di costruire in ogni foglio, dovreste sottoporre le figure al "test del trascinamento", ossia trascinare i vertici liberi e verificare che mantengano quelle particolari proprietà le caratterizzano come figure. Fate molta attenzione a questo punto: un quadrato, un rombo, un trapezio, un parallelogramma, per essere considerati veramente tali devono resistere al test del trascinamento. Ciò vuol dire che, comunque si trascinino i vertici che è possibile muovere, quelle figure devono rimanere, rispettivamente, quadrati, rombi, trapezi parallelogrammi. Se una figura non regge al test del trascinamento, ossia le sue proprietà caratteristiche non si mantengono trascinando i vertici liberi, non potete considerare quella figura ben costruita.

Partiamo dalla figura con meno proprietà: il **trapezio.** Per costruire un trapezio dobbiamo innanzi tutto chiederci quale proprietà vogliamo considerare fondamentale per caratterizzare i trapezi. Possiamo definire il trapezio come un quadrilatero che ha due lati paralleli.

Prestate bene attenzione: "due lati paralleli" vuol dire "solo due lati paralleli" o "almeno due lati paralleli"?

Scegliamo la seguente definizione di trapezio: si dice trapezio ogni quadrilatero che ha almeno due lati paralleli (detti basi)

**La costruzione del trapezio si effettua così:**

segmento AB

punto D

retta per D parallela ad AB

punto C sulla retta per D parallela ad AB

nascondi retta per D parallela ad AB

segmento CD

segmento AD

segmento BC

[**Lezione Geog\Trapezio.ggb**](Lezione%20Geog/Trapezio.ggb)

Vediamo ora la definizione di **parallelogramma**. Come dice la parola stessa, un parallelogramma è un quadrilatero che ha i lati paralleli a due a due (ovviamente si tratta delle coppie di lati opposti). Potremmo anche dire che

si dice parallelogramma ogni trapezio che ha due coppie di lati paralleli.

In questo modo si capisce che ogni parallelogramma è un caso particolare di trapezio.

**La costruzione del parallelogramma si effettua così:**

segmento AB

segmento AD

parallela per D ad AB

parallela per B ad AD

intersezione (C) tra la parallela per D ad AB e la parallela per B ad AD

nascondi rette parallele

segmenti CD e BC

Definiamo il **rombo** come un parallelogramma che ha tutti i lati uguali.

[Lezione Geog\Parallelogramma.ggb](Lezione%20Geog/Parallelogramma.ggb)

**La costruzione del rombo si effettua così:**

segmento AB

circonferenza di centro A e raggio AB

punto D sulla circonferenza

segmento AD

parallela per D al segmento AB

parallela per B al segmento AD

intersezione C tra le due parallele precedenti

nascondi circonferenza

nascondi rette parallele

segmento DC

segmento CB

[Lezione Geog\Rombo.ggb](Lezione%20Geog/Rombo.ggb)

Nota che la circonferenza di centro A e raggio AB ha avuto lo scopo di costruire un segmento AD uguale ad AB. La costruzione seguente ha semplicemente chiuso un parallelogramma avente due lati consecutivi uguali. Quindi abbiamo utilizzato la circonferenza come un vero e proprio compasso.

**Attività (Parallelogramma di Varignon)** Considerate un quadrilatero ABCD e i punti medi: M, del lato AB; N del lato BC; P del lato CD; Q del lato DA. Congiungete ora i punti N, M, P,Q e considerate il quadrilatero NMPQ. Che cosa potete dire delle proprietà di tale quadrilatero al variare di ABCD?

[Lezione Geog\Parallelogramma di Varignon.ggb](Lezione%20Geog/Parallelogramma%20di%20Varignon.ggb)

Sicuramente, nell'esplorazione del file avrete notato che, al variare di ABCD il quadrilatero MNPQ varia e, facendo determinate ipotesi su ABCD, è possibile far sì che MNPQ goda di determinate proprietà. Per esempio, avrete notato che, quanto più ABCD assomiglia a un quadrato, tanto più anche MNPQ assomiglia a un quadrato. Questo fatto si vede chiaramente con Geogebra! Il risultato di questa osservazione è la formulazione della congettura: SE ABCD è un quadrato ALLORA MNPQ è un quadrato.

**Attività** Vi presentiamo le seguenti congetture relative al parallelogramma di Varignon, che molti gruppi avranno formulato nelle precedenti attività:

1. Se ABCD è un rettangolo, allora il quadrilatero dei punti medi MNPQ è un rombo

2. Se ABCD è un rombo, allora il quadrilatero dei punti medi MNPQ è un rettangolo

3. Se ABCD è un trapezio isoscele, allora il quadrilatero dei punti medi MNPQ è un rombo

4. Se ABCD è un parallelogramma allora il quadrilatero dei punti medi MNPQ è un rombo

5. Se ABCD è un quadrilatero qualsiasi, allora il quadrilatero dei punti medi MNPQ è un parallelogramma

6. Se ABCD è un quadrato, allora il quadrilatero dei punti medi MNPQ ha area che è la metà di quella di ABCD

7. Se ABCD è un rettangolo, allora il quadrilatero dei punti medi MNPQ ha area che è la metà di quella di ABCD

8. Se ABCD è un rombo, allora il quadrilatero dei punti medi MNPQ ha area che è la metà di quella di ABCD 9. Se ABCD è un parallelogramma, allora il quadrilatero dei punti medi MNPQ ha area che è la metà di quella di ABCD

10. Se ABCD è un trapezio, allora il quadrilatero dei punti medi MNPQ ha area che è la metà di quella di ABCD

11. Se ABCD è un quadrilatero qualunque, allora il quadrilatero dei punti medi MNPQ ha area che è la metà di quella di ABCD

**TRIANGOLI**

**Attività** Se avete tre lati e tre angoli che soddisfano a determinate condizioni che preciseremo in seguito, il triangolo è determinato, nel senso che esiste un solo triangolo avente quei lati e quegli angoli. D'altra parte avete anche visto che essendo noti due lati e l'angolo fra essi compreso, il triangolo è univocamente determinato. In altri termini, se un vostro amico vi telefona da un paese lontano e vi dice che ha disegnato un triangolo di lati 23 e 43 e angolo fra essi compreso di 30°, voi sarete in grado di ridisegnare quel triangolo ed eventuali piccole differenze dipenderanno dagli strumenti utilizzati e dalla precisione del disegno e non dal fatto che esistono diversi triangoli con quelle caratteristiche! Quindi tre elementi possono bastare ... ma bastano sempre? E quattro? E cinque? Provare.

Riepilogando, dovreste aver notato che il triangolo è univocamente determinato nei seguenti tre casi:

a) sono noti due lati e l'angolo compreso

b) sono noti due angoli e il lato compreso

c) sono noti tre lati.

In corrispondenza di ciascuna delle precedenti situazioni si ha un criterio di uguaglianza dei triangoli e, in particolare:

a) Primo criterio di uguaglianza: se due triangoli hanno due lati e l'angolo compreso ordinatamente uguali, allora i due triangoli sono uguali.

b) Secondo criterio di uguaglianza: se due triangoli hanno due angoli e il lato compreso ordinatamente uguali, allora essi sono uguali.

c) Terzo criterio di uguaglianza: se due triangoli hanno tre lati ordinatamente uguali, allora essi sono uguali.

Come potete notare, quindi, tre elementi possono essere o non essere sufficienti. Infatti, anche 5 elementi non sono a volte sufficienti a individuare univocamente un triangolo: in generale, non basta il numero di dati che si hanno a disposizione per determinare un triangolo, ma è decisivo sapere quali elementi si danno. Ciò fa capire, nella formulazione dei criteri di uguaglianza dei triangoli il ruolo strategico della corrispondenza fra elementi uguali che è indicato da quel termine "ordinatamente" che a prima vista non sembra giocare un ruolo così decisivo.

Sappiamo che conoscendo tre lati di un triangolo se ne possono conoscere, necessariamente, anche i tre angoli. Ma quali sono le condizioni per cui tre numeri possano rappresentare le misure dei tre lati di un triangolo?

**Attività** I tre numeri 2, 2, 7 possono essere le misure dei lati di un triangolo? E i tre numeri 13, 20, 6? E 14, 14, 15? In generale, quali condizioni devono essere soddisfatte affinché tre numeri possano rappresentare le misure dei lati di un triangolo?

**Attività** Analogamente, quali sono le condizioni per cui tre misure angolari possono rappresentare gli angoli di un triangolo? Per rispondere costruite con Geogebra un qualunque triangolo e segnate le misure dei suoi angoli interni. Quindi con la calcolatrice di Geogebra calcolate la somma dei tre angoli interni e vedete quanto vale al variare dei lati e degli angoli del triangolo.

**Attività** Considerando il precedente file di Geogebra che avete costruito cercate di dire quali relazioni esistono tra lati e angoli (suggerimento: al lato maggiore è sempre opposto ....., mentre al lato minore .......)

**Attività** Con Geogebra costruite un **triangolo isoscele**; poi osservatene diverse proprietà e, per ciascuna di esse, producete una proposizione che la esprima e dimostrate tale proposizione.

[Lezione Geog\Triangolo isoscele.ggb](Lezione%20Geog/Triangolo%20isoscele.ggb)

**Attività** Con Geogebra costruite un **triangolo equilatero**; poi osservatene diverse proprietà e, per ciascuna di esse, producete una proposizione che la esprima e dimostrate tale proposizione.

[Lezione Geog\Triangolo equilatero.ggb](Lezione%20Geog/Triangolo%20equilatero.ggb)

**Consegna 5:** ABC è un triangolo rettangolo con l’angolo retto in A. Da un punto P su BC tracciare 2 rette perpendicolari ad AB e AC, intersecando AB e AC rispettivamente in D ed E. Dove si trova P quando la lunghezza di DE è minima?

[Lezione Geog\consegna5.ggb](Lezione%20Geog/consegna5.ggb)

**TEOREMA DI ARCHIMEDE**

L’area di un segmento parabolico di base AB è i 2/3 dell’area del rettangoloAA B B ' ' , ove A' e B ' sono le proiezioni di A e B sulla tangente alla parabola parallela ad AB.

[**Lezione Geog\Teorema di Archimede.ggb**](Lezione%20Geog/Teorema%20di%20Archimede.ggb)

**SOMMA AREE QUADRATO E CERCHIO**

**Attività** Dato un filo di lunghezza l, lo si taglia in un punto P e, con le due parti ottenute, si costruisce una circonferenza e un quadrato. Studiare come varia, al variare del punto P, la somma delle aree del quadrato e del cerchio.

**Costruzione:**

1. Segmento AB

2. Punto P su AB

3. Segmento AP

4. Segmento PB

5. Misura di AP

6. Misura di PB

7. Calcolatrice: AP/2π (raggio della circonferenza)

8. Calcolatrice: PB/4 (lato del quadrato)

9. Semiretta di origine O

10. Trasporto di AP/2π sulla circonferenza

11. Circonferenza di centro O e raggio AP/2π

12. Semiretta di origine O’

13. Trasporto di PB/4 sulla semiretta di origine O’ individuando il lato OC del quadrato

14. Perpendicolare per C alla semiretta di origine O’

15. Circonferenza di centro C e raggio CO’

16. Intersezione D tra la circonferenza determinata in 15 e la perpendicolare in 14

17. Perpendicolare per O’ a O’C

18. Perpendicolare per D a DC

19. Intersezione E fra le due perpendicolari costruite in 17. e 18.

20. Poligono O’CDE

21. Nascondere tutto tranne la circonferenza di centro O, il quadrato O’CDE e i segmenti AP e PB

22. Area del cerchio

23. Area del quadrato

24. Calcolatrice: somma delle due aree

25. Mostra gli assi

26. Trasporto della somma delle aree S sull’asse y (sul quale si è eventualmente modificata l’unità di misura)

27. Trasporto della misura di AP sull’asse x (sul quale si modifica eventualmente l’unità di misura), individuando il punto P’ sull’asse x

28. Perpendicolare per P’ all’asse x

29. Perpendicolare per S all’asse y

30. Punto L di intersezione delle perpendicolari determinate in 28. e 29

31. Luogo di L al variare di P

32. Nascondere le due perpendicolari trovate in 28. e 29

**ATTIVITA’ MISTE**

**Attività** Tracciate la bisettrice di uno degli angoli di un triangolo. Quali ipotesi sul triangolo dovete fare affinché essa risulti perpendicolare al lato opposto considerato?

**Attività** Costruite un parallelogramma data la lunghezza delle sue diagonali. È unico?

**Attività** Sia dato un triangolo. Tracciate le sue mediane, le sue altezze e i suoi assi. Che cosa si può dire delle relazioni che esistono tra baricentro, ortocentro e circocentro al variare del triangolo?

**Attività** Costruite una circonferenza dati due suoi punti e la lunghezza del raggio.

**Attività** Siano date due circonferenze c e c’ con centri O e O’ che si intersecano in due punti distinti A e B; siano D ed E i punti diametralmente opposti ad A rispettivamente su c e c’.

· Che relazione c’è tra i punti D, B ed E?

· Quali relazioni ci sono tra i segmenti DE e OO’?

· Che tipo di quadrilatero è DOO’E?

· Quali configurazioni particolari può assumere? Dalla variazione di quali oggetti dipendono queste configurazioni?

**Attività** Siano dati una retta t, un suo punto P e un punto Q non appartenente a t. Costruite la circonferenza che passa per P e Q ed è tangente a t in P.

**Attività** Sia data una circonferenza di centro O.

a) Costruite un quadrilatero qualunque circoscritto alla circonferenza; siano A,B,C,D, i suoi vertici;

b) facendo variare il quadrilatero ABCD, quali quadrilateri particolari si possono ottenere?

c) C’è una caratteristica comune a tutti i quadrilateri ottenuti? Si può trovare una condizione per decidere se un quadrilatero è circoscrivibile ad una circonferenza?

**Attività** Determinate, fra tutti i triangoli PQR aventi l’area assegnata e un lato assegnato c = PQ, quello per cui è minima la somma degli altri lati a = PR e b = RQ.