SIMULAZIONE PROVA D'ESAME: 06/06/2019

- Si considerino le seguenti rette r_1, r_2, r_3 di equazioni

$$
\begin{aligned}
r_1 :&\quad 3x + y - 1 = 4x + y - z - 1 = 0,\\
r_2 :&\quad 2x - y + z = x - y + 2z = 0,\\
r_3 :&\quad x - z = y + z = 0.
\end{aligned}
$$

(1) Mostrare che le tre rette sono complanari.
(2) Calcolare l'area del triangolo determinato dalle tre rette.
(3) Utilizzando il software geogebra3d ripetere i punti precedenti verificando i calcoli fatti eventualmente a mano e fare una stampa della figura che rappresenta la soluzione grafica del problema.

- Si considerino i piani π_1, π_2, π_3 di equazioni

$$\begin{aligned} \pi_1: &\quad 2x - y = 1, \\ \pi_2: &\quad x + y + z = 0, \\ \pi_3: &\quad x - 2z = 1. \end{aligned}$$

(1) Si determini l'intersezione dei tre piani.
(2) Si trovi il piano π_4 passante per l'origine e perpendicolare alla retta $r = \pi_1 \cap \pi_2$.
(3) Si determini l'area del triangolo di vertici A, B, C con $A = \pi_1 \cap \pi_2 \cap \pi_3$, $B = \pi_1 \cap \pi_3 \cap \pi_4$ e $C = \pi_2 \cap \pi_3 \cap \pi_4$.
(4) Utilizzando il software geogebra3d ripetere i punti precedenti punti verificando i calcoli fatti eventualmente a mano e fare una stampa della figura che rappresenta la soluzione grafica del problema.

- Siano $A = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ punti dello spazio.
  (1) Calcolare l'area del triangolo di vertici A, B, C.
  (2) Stabilire se il punto $D = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ appartiene al piano π contenente A, B, C.
  (3) Trovare il valore del parametro r affinche' il punto rD appartenga al piano π e dire se in tal caso sta nel triangolo ABC.
  (4) Utilizzando il software geogebra3d ripetere i punti precedenti verificando i calcoli fatti eventualmente a mano e fare una stampa della figura che rappresenta la soluzione grafica del problema.

- Si dica per quale valore di h esiste un punto P in comune ai tre piani

$$\begin{aligned} \pi_1 : &\quad x + 2y + hz = 1, \\ \pi_2 : &\quad hy + (h+1)z = 1, \\ \pi_3 : &\quad 2y + (h+1)z = 1. \end{aligned}$$

- Utilizzando il software geogebra3d svolgere il punto precedente verificando i calcoli fatti eventualmente a mano e fare una stampa della figura che rappresenta una soluzione grafica del problema.
- Utilizzando il teorema di Rouche' Capelli si colleghi la soluzione del problema precedente alla seguente questione: Sia data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & h & 1 \\ 0 & h & h+1 & 1 \\ 0 & 2 & h+1 & 1 \end{pmatrix}$$

  con $h \in \mathbb{R}$ un parametro reale.
  Calcolare, al variare di h, il rango di A.