

## Capitolo 16 Regressione multipla e correlazione

- 1) Sia data una relazione del tipo  $E(y) = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2$ . Il parametro  $\beta_1$  misura
- A) l'effetto parziale di  $x_1$  su  $y$
  - B) L'effetto multiplo di  $x_1$  su  $y$
  - C) l'effetto globale della variabile  $x_1$
  - D) l'effetto della sola variabile  $x_1$  se questa rimane costante al variare di  $x_2$

Answer: A

User1:

Per il modello  $\hat{y} = 32 + 2,46x_1 - 0,58x_2$ , sappiamo che  $TSS = 3025$  e  $SSE = 2116$  e che i parametri del modello sono stati stimati sulla base di un campione di 25 soggetti.

- 2) Sottoporre a test al livello  $\alpha = 0,05$  l'ipotesi nulla  $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$  contro l'alternativa che almeno uno dei due parametri sia diverso da zero. Si respinge o si accetta  $H_0$  ?

Answer:  $gl_1 = 2$ ;  $gl_2 = 25 - 3 = 22$ ;  $F_{critico} = 3,44$ ,  $F_{osservato} = 4,71$ . Si rifiuta  $H_0$ .

User1:

- 3) Sottoporre a test al livello  $\alpha = 0,05$  l'ipotesi nulla  $H_0 : R = 0$  contro l'alternativa  $H_a : R > 0$ . Si respinge o si accetta  $H_0$  ?

Answer:  $gl_1 = 2$ ;  $gl_2 = 25 - 3 = 22$ ;  $F_{critico} = 3,44$ ,  $F_{osservato} = 4,71$  Si rifiuta  $H_0$ .

User1:

- 4) Sottoporre a test al livello  $\alpha = 0,01$  l'ipotesi nulla  $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$  contro l'alternativa che almeno uno dei due parametri sia diverso da zero. Si respinge o si accetta  $H_0$  ?

Answer:  $gl_1 = 2$ ;  $gl_2 = 25 - 3 = 22$ ;  $F_{critico} = 5,72$ ,  $F_{osservato} = 4,71$ . Non si rifiuta  $H_0$ .

User1:

Il seguente modello di regressione,  $\hat{y} = 35,1 - 0,98 x_1 + 1,56 x_2$ , è stato stimato su un campione di 63 osservazioni

- 5) Si dica qual è il valore di  $F$  (critico) al di sopra del quale si può respingere l'ipotesi  $H_0: R = 0$ , al livello di significatività  $\alpha = 0,05$

Answer:  $gl_1 = 2$ ;  $gl_2 = 60$ ;  $F_{critico} = 3,15$

User1:

- 6) Si dica qual è il valore di  $F$  (critico) al di sopra del quale si può respingere l'ipotesi  $H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$ , al livello di significatività  $\alpha = 0,05$

Answer:  $gl_1 = 2$ ;  $gl_2 = 60$ ;  $F_{critico} = 3,15$

User1:

Il modello di regressione  $\hat{y} = 21,5 + 3,2 x_1 - 4,09 x_2 - 0,87 x_3$  è stato stimato su un campione di 30 persone.

- 7) Si dica qual è il valore di  $F$  (critico) al di sopra del quale si può respingere l'ipotesi  $H_0: R = 0$ , al livello di significatività  $\alpha = 0,05$

Answer:  $gl_1 = 3$ ;  $gl_2 = 26$ ;  $F_{critico} = 2,98$

User1:

8) Si dica qual è il valore di F (critico) al di sopra del quale si può respingere l'ipotesi  $H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$ , al livello di significatività  $\alpha = 0,05$

Answer:  $gdl_1 = 3$ ;  $gdl_2 = 26$ ; F critico = 2,98

User1:

Su un campione di  $n$  osservazioni si è stimato un modello di regressione multipla. Quindi, si è sottoposta a test l'ipotesi nulla  $H_0: R^2 = 0$  al livello  $\alpha = 0,05$ .

9) Se il valore critico del test è risultato:  $F_C = 3,47$ , quanti parametri ha il modello?

Answer: numero parametri: per  $F = 3,47$ ,  $gdl_1 = 2$  e  $gdl_2 = 21$ . Pertanto  $k + 1 = 2 + 1 = 3$

User1:

10) Se il valore critico del test è risultato:  $F_C = 3,47$ , quante variabili esplicative sono presenti nel modello?

Answer: n. variabili esplicative: per  $F = 3,47$ ,  $gdl_1 = 2$  e  $gdl_2 = 21$ . Pertanto  $K = 2$

User1:

11) Se il valore critico del test è risultato:  $F_C = 3,47$ , qual è la dimensione del campione su cui è stato stimato il modello?

Answer: Per  $F = 3,47$ ,  $gdl_1 = 2$  e  $gdl_2 = 21$ . Pertanto  $21 = n - K + 1$  e quindi  $21 + K + 1 = 21 + 3 = 24$

User1:

12) Se il valore critico del test è risultato:  $F_C = 3,29$ , quanti parametri ha il modello?

Answer: numero parametri: per  $F = 3,29$ ,  $gdl_1 = 3$  e  $gdl_2 = 15$ . Pertanto  $k + 1 = 3 + 1 = 4$

User1:

13) Se il valore critico del test è risultato:  $F_C = 3,29$ , quante variabili esplicative sono presenti nel modello?

Answer: n. variabili esplicative: per  $F = 3,29$ ,  $gdl_1 = 3$  e  $gdl_2 = 15$ . Pertanto  $K = 3$

User1:

14) Se il valore critico del test è risultato:  $F_C = 3,29$  qual è la dimensione del campione su cui è stato stimato il modello?

Answer: Per  $F = 3,29$ ,  $gdl_1 = 3$  e  $gdl_2 = 15$ . Pertanto  $15 = n - K + 1$  e quindi  $15 + K + 1 = 15 + 4 = 19$

User1:

15) Se il valore critico del test è risultato:  $F_C = 3,18$ , quanti parametri ha il modello?

Answer: numero parametri: per  $F = 3,18$ ,  $gdl_1 = 4$  e  $gdl_2 = 13$ . Pertanto  $k + 1 = 4 + 1 = 5$

User1:

16) Se il valore critico del test è risultato:  $F_C = 3,18$ , quante variabili esplicative sono presenti nel modello?

Answer: n. variabili esplicative: per  $F = 3,18$ ,  $gdl_1 = 4$  e  $gdl_2 = 113$ . Pertanto  $K = 4$

User1:

17) Se il valore critico del test è risultato:  $F_c = 3,29$  qual è la dimensione del campione su cui è stato stimato il modello?

Answer: Per  $F = 3,18$ ,  $gdl_1 = 4$  e  $gdl_2 = 13$ . Pertanto  $13 = n - K + 1$  e quindi  $13 + K + 1 = 13 + 5 = 18$

User1:

18) Nel modello di regressione  $E(y) = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2$  la correlazione multipla può essere definita come:

- A) la correlazione tra i valori  $y$  osservati e i valori  $\hat{y}$  previsti
- B) la correlazione tra i valori  $\hat{y}$  previsti e i valori  $x_1, x_2, x_3$
- C) la correlazione tra i valori  $y$  osservati e i valori  $x_1, x_2, x_3$
- D) il prodotto dei coefficienti di correlazione tra la  $y$  e ciascuna delle variabili  $x$

Answer: A

User1:

19) Al modello  $\hat{y} = 32 + 2,46x_1 - 0,58x_2$  si è aggiunto il termine di interazione  $x_3 = x_1 \cdot x_2$ , ottenendo così il modello  $\hat{y} = 30 + 2,15x_1 - 0,47x_2 + 0,0007x_3$ .

Dal confronto dei due modelli si è ottenuto un valore  $F = 4,20$ .

Considerando che la dimensione campionaria è  $n = 30$ , quale tra le seguenti considerazioni è corretta?

- A) il P-value è minore di 0,05 e pertanto respingiamo l'ipotesi nulla mantenendo il termine di interazione nel modello
- B) il P-value è maggiore di 0,05 e pertanto accettiamo l'ipotesi nulla mantenendo il termine di interazione nel modello
- C) il P-value è maggiore di 0,05 e pertanto accettiamo l'ipotesi nulla eliminando il termine di interazione nel modello
- D) il P-value è minore di 0,05 e pertanto respingiamo l'ipotesi nulla eliminando il termine di interazione nel modello

Answer: C

User1:

20) Al modello  $\hat{y} = 32 + 2,46x_1 - 0,58x_2$  si è aggiunto il termine di interazione  $x_3 = x_1 \cdot x_2$ , ottenendo così il modello  $\hat{y} = 30 + 2,15x_1 - 0,47x_2 + 0,0007x_3$ .

Dal confronto tra gli  $R^2$  dei due modelli si è ottenuto un valore  $F = 4,41$ .

Considerando che la dimensione campionaria è  $n = 20$  e che il livello di significatività è  $\alpha = 0,05$ , quale dei due modelli, quello ridotto o quello completo, pensiamo di adottare e perché?

Answer:  $4,41 < 4,49$  (gl 1; per cui non respingiamo l'ipotesi nulla  $H_0 : \beta_3 = 0$  e adottiamo il modello ridotto

User1:

21) Al modello  $\hat{y} = 32 + 2,46x_1 - 0,58x_2$  si è aggiunto il termine di interazione  $x_3 = x_1 \cdot x_2$ , ottenendo così il modello  $\hat{y} = 30 + 2,15x_1 - 0,47x_2 + 0,0007x_3$ .

Per valutare quale dei due modelli è opportuno utilizzare si confrontano gli  $R^2$  dei due modelli attraverso il test F con  $\alpha = 0,05$ . Se il valore critico  $F_C = 4,26$ , qual è la dimensione  $n$  del campione su cui si sono stimati i modelli di regressione? (Indicare il valore di  $n$  e giustificare sul foglio a quadretti).

Answer:  $F_{1,24} = 4,26$ ,  $df_2 = 24$ ;  $24 = n - (k+1)$  da cui  $n = 24 + (k+1) = 24+4 = 28$

User1:

Al modello  $\hat{y} = 32 + 2,46x_1 - 0,58x_2$  si è aggiunto il termine di interazione  $x_3 = x_1 \cdot x_2$ , ottenendo così il modello completo:

$\hat{y} = 30 + 2,15x_1 - 0,47x_2 + 0,0007x_3$ .

22) Per valutare la validità del modello completo utilizziamo il test F basato sul confronto degli  $R^2$  dei due modelli. Considerando che la dimensione del campione è  $n = 28$  e che il livello di significatività è  $\alpha = 0,05$ , rifiuteremo l'ipotesi nulla,  $H_0 : \beta_3 = 0$ , per valori di F maggiori del valore critico,  $F_C$ , cioè se  $F > F_C$ . Qual è il valore di  $F_C$ ?

Answer:  $F_C = F(1,24) = 4,26$

User1:

23) Per valutare la validità del modello completo utilizziamo il test F basato sul confronto degli  $R^2$  dei due modelli. Considerando che la dimensione del campione è  $n = 20$  e che il livello di significatività è  $\alpha = 0,05$  per quali valori di F decidiamo di adottare il modello completo?

Answer: per  $F \geq F(1,16) = 4,49$

User1:

24) Per valutare la validità del modello completo utilizziamo il test F basato sul confronto degli  $R^2$  dei due modelli. Considerando che la dimensione del campione è  $n = 20$  e che abbiamo deciso di rifiutare l'ipotesi nulla e adottare il modello completo se il P-value della statistica F è inferiore a 0,05, che decisione adottiamo con il valore  $F = 4,35$

Answer: Poiché  $4,35 < 4,49 = F(1,16)$  accettiamo  $H_0 : \beta_3 = 0$  e adottiamo il modello ridotto

User1:

25) Per valutare la validità del modello completo utilizziamo il test F basato sul confronto degli  $R^2$  dei due modelli. Considerando che la dimensione del campione è  $n = 20$  e che abbiamo deciso di rifiutare l'ipotesi nulla e adottare il modello completo se il P-value della statistica F è inferiore a 0,05, che decisione adottiamo con il valore  $F = 4,41$

Answer: Poiché  $4,41 < 4,49 = F(1,16)$  non rifiutiamo  $H_0 : \beta_3 = 0$  e adottiamo il modello ridotto

User1:

Nel confronto tra due modelli di regressione effettuato con il test F al livello  $\alpha = 0,05$ , si osserva un valore critico pari a:  $F_C = 3,47$

26) Se nel modello ridotto sono presenti 3 variabili esplicative, quante variabili esplicative sono presenti nel modello completo?

Answer: Per  $F_C = 3,47$ ,  $gdl_1 = 2$  e  $gdl_2 = 21$ . Di conseguenza nel modello completo ci sono  $3 + 2 (gdl_1) = 5$  variabili esplicative

User1:

27) Se nel modello completo sono presenti 5 variabili esplicative, quante variabili esplicative sono presenti nel modello ridotto?

Answer: Per  $F_C = 3,47$ ,  $gdl_1 = 2$  e  $gdl_2 = 21$ . Di conseguenza nel modello ridotto ci sono  $5 - 2 (gdl_1) = 3$  variabili esplicative

User1:

28) Se nel modello ridotto sono presenti 2 variabili esplicative, quante variabili esplicative sono presenti nel modello ridotto?

Answer: Per  $F_C = 3,47$ ,  $gdl_1 = 2$  e  $gdl_2 = 21$ . Di conseguenza nel modello completo ci sono  $2 + 2 (gdl_1) = 4$  variabili esplicative

User1:

29) Al modello stimato, da un campione di 25 osservazioni:  $\hat{y} = 21,5 + 0,14x_1 - 2,15x_2 + 0,04x_3$ , si sono aggiunti i termini di interazione tra le coppie di variabili. e si è posto a confronto questo modello ridotto con quello completo.

Se  $\alpha = 0,05$ , qual è il valore critico di F che ci consente di scartare l'ipotesi nulla di assenza di interazione tra le variabili ?

Answer:  $K$  (variabili aggiuntive) = 3;  $n - (k+1) = 25 - (6+1) = 18$  di conseguenza  $F_C = 3,16$

User1:

30) Al modello stimato, da un campione di 25 osservazioni:  $\hat{y} = 21,5 + 0,14x_1 - 2,15x_2 + 0,04x_3$ , si sono aggiunti i termini di interazione tra le coppie di variabili. e si è posto a confronto questo modello ridotto con quello completo.

Se  $\alpha = 0,01$ , qual è il valore critico di F che ci consente di scartare l'ipotesi nulla di assenza di interazione tra le variabili ?

Answer:  $K$  (variabili aggiuntive) = 3;  $n - (k+1) = 25 - (6+1) = 18$  di conseguenza  $F_C = 5,09$

User1:

31) Quale tra le seguenti affermazioni sul coefficiente di determinazione multipla  $R^2$  non è corretta?

- A)  $R^2$  può aumentare o diminuire quando aggiungiamo una variabile al modello di regressione multipla
- B)  $R^2$  è compreso tra 0 e 1
- C)  $R^2$  è uguale a 1 solo se tutti i residui di regressione sono uguali a zero
- D)  $R^2$  (nella regressione multipla) è almeno tanto grande quanto i valori degli  $r^2$  che si possono calcolare considerando tutti i modelli bivariati ottenibili da quello multiplo

Answer: A

User1:

32) Se in un modello di regressione con 2 variabili esplicative se ne aggiunge una terza, il coefficiente di correlazione multipla

- A) può aumentare
- B) può diminuire
- C) non può che aumentare
- D) resta inalterato

Answer: A

User1:

33) Se  $R^2$  (il coefficiente di determinazione multipla) è uguale a 0 allora vuol dire che  $b_1 = b_2 = b_3 = \dots = b_k = 0$ .

Answer: TRUE

User1:

34) Le proprietà della correlazione multipla  $R$  discendono direttamente da  $R^2$  poiché  $R$  è il valore della radice quadrata di  $R^2$

Answer: TRUE

User1:

35) Il numeratore del coefficiente di determinazione multipla è dato dalla differenza (SSE - TSS)

Answer: FALSE

User1:

36) Nell'inferenza sui parametri della regressione multipla le due ipotesi nulle  $H_0 : R = 0$  e  $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_k = 0$  sono equivalenti

Answer: TRUE

User1:

37) Nel confronto, tramite il test  $F$ , tra due modelli (ridotto e completo), il numeratore della statistica test  $F$  è:  $(R_r^2 - R_c^2)/gdl_1$

Answer: FALSE

User1:

38) Nel confronto, tramite il test  $F$ , tra due modelli (ridotto e completo), il numeratore della statistica test  $F$  è:  $(R_c^2 - R_r^2)/gdl_1$

Answer: TRUE

User1:

39) Nel confronto, tramite il test  $F$ , tra due modelli (ridotto e completo), il numeratore della statistica test  $F$  è:  $(SSE_C - SSE_T)/gdl_1$

Answer: FALSE

User1:

40) Nel confronto, tramite il test  $F$ , tra due modelli (ridotto e completo), il numeratore della statistica test  $F$  è:  $(SSE_T - SSE_C)/gdl_1$

Answer: TRUE

User1:

41) Il coefficiente di correlazione multipla è sempre compreso tra 1 e -1

Answer: FALSE

User1:

42) Se in un modello di regressione con 2 variabili esplicative se ne aggiunge una terza che è indipendente dalla variabile risposta, il coefficiente di correlazione multipla diminuisce.

Answer: FALSE

User1:

43) Se in un modello di regressione con 2 variabili esplicative se ne aggiunge una terza, il coefficiente di correlazione multipla non può che aumentare.

Answer: FALSE

User1:

44) Se in un modello di regressione con 2 variabili esplicative se ne aggiunge una terza, il coefficiente di correlazione multipla non può diminuire.

Answer: TRUE

User1:

45) Se in una regressione semplice tra Y e X si stima un coefficiente  $\beta$  negativo è possibile che il suo segno diventi positivo inserendo una ulteriore variabile.

Answer: TRUE

User1: