Fisica 1 Elettronica e Telecomunicazioni. Compito del 18/7/2019

LEGGERE LE NOTE SUL RETRO

Problema 1 (7 punti) Il moto di un elettrone in un campo magnetico si svolge lungo un'elica di equazioni

$$x(t) = R\cos(\omega t)$$
$$y(t) = R\sin(\omega t)$$
$$z(t) = vt.$$

dove $R = 20$ cm, $v = 1.5$ m/s e $\omega = 5$ rad/s. Determinare:

(a) Il modulo v della velocità,

(b) Il modulo a_t dell'accelerazione tangenziale

(c) Il modulo a_c dell'accelerazione centripeta

al tempo $t = 4$ s.
Soluzione: La velocità dell'elettrone è

$$v_x(t) = -R\omega\sin(\omega t)$$
$$v_y(t) = R\omega\cos(\omega t)$$
$$v_z(t) = v.$$

e il suo modulo è

$$v = \sqrt{R^2\omega^2 + v^2} = \text{const.} \simeq 1.80 \text{ m/s}.$$

Dato che la velocità è di modulo costante l'accelerazione tangenziale è nulla: tutta l'accelerazione è centripeta.

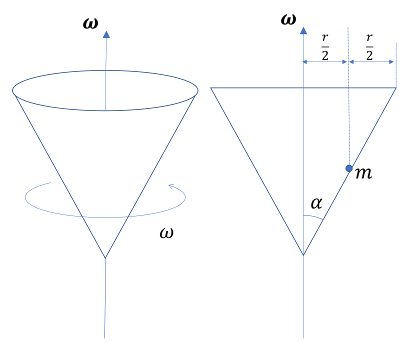
L'accelerazione è

$$a_x(t) = -R\omega^2\cos(\omega t)$$
$$a_y(t) = -R\omega^2\sin(\omega t)$$
$$a_z(t) = 0,$$

quindi

$$a_c = R\omega^2 \simeq 5.00 \text{ m/s}^2.$$

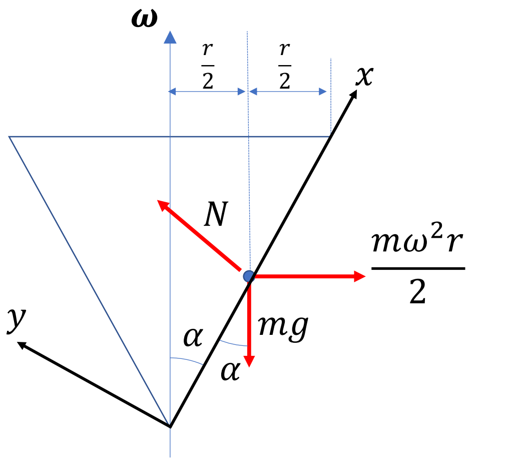
Problema 2 (7 punti) Wile E. Coyote (massa $m = 50$ kg) ha comprato un'enorme impastatrice, che assomiglia a un gigantesco bicchiere da cocktail (un cono), la cui sezione è un triangolo, con i lati inclinati di un angolo $\alpha = 30°$ rispetto alla verticale e raggio $r = 4$ m. Il cono gira con velocità angolare ω costante, e in fondo al triangolo ci sono delle lame rotanti.



Ovviamente appena messa in funzione l'impastatrice, Wile ci cade dentro. Per sua fortuna non cade sulle lame, ma a metà altezza (sulla parete). Wile viene trascinato dal cono (c'è un certo coefficiente di attrito tra lui e la parete) e assume la stessa velocità angolare.

Preso da compassione (forse) Beep Beep gli lancia addosso dell'olio, così da annullare il coefficiente di attrito. Calcolare quanto dev'essere ω perché il coyote rimanga nonostante tutto in equilibrio.
Soluzione: Conviene lavorare nel sistema rotante, in presenza di una forza centrifuga $m\omega^2 r/2$ diretta radialmente.

Prendendo l'asse x diretto come il lato del cono, e l'asse y perpendicolare, abbiamo che su Wile agiscono le seguenti forze: la forza peso $mg(-\cos(\alpha)\hat{\boldsymbol{i}} - \sin(\alpha)\hat{\boldsymbol{j}})$, la forza centrifuga $(1/2)m\omega^2 r(\sin(\alpha)\hat{\boldsymbol{i}} + \cos(\alpha)\hat{\boldsymbol{j}}$ e la reazione vincolare $\boldsymbol{N}$.



Perché Wile resti in equilibrio, la componente x della risultante delle forze dev'essere nulla, per cui

$$-mg\cos(\alpha) + m\omega^2\frac{r}{2}\sin(\alpha) = 0$$

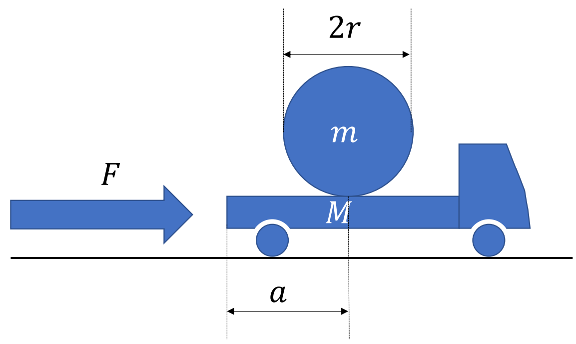
e quindi

$$\omega = \sqrt{\frac{2g\cos(\alpha)}{r\sin(\alpha)}} \simeq 2.91 \text{ rad/s}.$$

Problema 3 (8 punti) Wile E. Coyote ha caricato un grosso cilindro omogeneo (che dovrebbe servire per schiacciare Beep Beep) su un furgoncino che ovviamente si è fermato, e quindi lo deve spingere a mano.

Visto di profilo, il sistema in esame è praticamente bidimensionale e può essere approssimato da un blocco a forma di rettangolo di massa $M = 5000$ kg con sopra, a una distanza $a = 30$ m dal lato posteriore, il cilindro (un cerchio) di massa $m = 500$ kg e di raggio $r = 2$ m. Wile spinge il camion/blocco con una forza orizzontale costante $F = 500$ N.

Tra blocco e cilindro c'è attrito sufficiente a far sì che questo rotoli senza strisciare.



Calcolare:

(a) L'accelerazione a_b del blocco.

(b) L'accelerazione a_c del cilindro (rispetto al suolo).

(c) Il tempo T necessario perché il cilindro cada e schiacci Wile (il tutto parte da fermo).

Soluzione: Chiamiamo F_a la forza di attrito tra blocco e cerchio. Sul blocco, orizzontalmente, agiscono le forze F e $-F_a$, quindi, indicando la posizione del suo centro di massa con X, abbiamo

$$F - F_a = Ma_b.$$

Sul cilindro agisce la forza F_a, orizzontale, e mg e N (reazione vincolare), in direzione verticale. Quindi, chiamando x la posizione del suo centro di massa, abbiamo

$$F_a = ma_c.$$

La forza F_a inoltre fa ruotare il cilindro. Chiamando $I = (1/2)mr^2$ il suo momento d'inerzia e θ l'angolo al centro di rotazione e α la sua accelerazione, abbiamo

$$F_a r = I\alpha = \frac{1}{2}mr^2\alpha,$$

ovvero

$$F_a = \frac{1}{2}mr\alpha.$$

Dato che il cilindro non slitta, il punto (linea) di contatto tra questo e il blocco ha velocità relativa nulla, ovvero

$$v_c = v_b - r\alpha$$

e la stessa relazione vale per le accelerazioni.

Quindi,

$$\alpha = \frac{2F_a}{mr} = \frac{2}{r}a_c,$$

$$a_b = 3a_c,$$

e

$$F = (m + 3M)a_c$$

da cui

$$a_c = \frac{F}{m + 3M} \simeq 0.03 \text{ m/s},$$

$$a_b = 3a_c \simeq 0.10 \text{ m/s},$$

$$\alpha = \frac{2}{r}a_c \simeq 0.03 \text{ rad/s},$$

Rispetto al blocco, il cilindro rotola all'indietro con accelerazione angolare α, quindi con accelerazione lineare (relativa) $-r\alpha \simeq 0.06$ m/s, e il tempo per percorrere il tratto a è

$$T = \sqrt{\frac{2a}{r\alpha}} \simeq 30.50 \text{ s}.$$

Problema 4 (7 punti) Wile E. Coyote vuole sollevare un masso di massa $m = 50$ kg e farlo cadere sull'odiato Beep Beep per mezzo di palloncini ACME®. Questi palloncini hanno un raggio $r = 80$ cm, sono fatti con una gomma di densità superficiale $\sigma = 0.2$ kg/m^2 (e spessore trascurabile) e sono riempiti con un gas di densità pari a 1/10 di quella dell'aria ($\rho = 1.22$ kg/m^3).

Quanti palloncini (n) deve ordinare al minimo per riuscire a sollevare il masso?

Soluzione: Ogni palloncino di raggio r ha un volume $V = (4/3)\pi r^3$ e una superficie $S = 4\pi r^2$.

La spinta di Archimede per palloncino è

$$F_a = \rho g V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$$

a cui si oppone il peso del palloncino e del gas contenuto

$$F_r = \sigma S g + \frac{\rho}{10} g V$$

per cui la spinta di ogni palloncino è

$$F_a - F_r = 4\pi r^2 g \left(\frac{3}{10}r\rho - \sigma\right) \simeq 7.31 \text{ N}.$$

Da qui

$$n = \left\lfloor \frac{m}{4\pi r^2 \left(\frac{3}{10}r\rho - \sigma\right)} \right\rfloor + 1 \simeq 67.$$

Problema 5 (7 punti) Wile E. Coyote spara un proiettile di piombo di massa $m = 30$ g contro Beep Beep. Purtroppo per il coyote, il proiettile non colpisce l'uccello, ma si pianta nel legno di un albero (rarissimo nel deserto), frenando completamente. Wile tenta di recuperarlo infilando il dito nel buco del legno. Si scotterà orribilmente il dito?

Ovvero: sapendo che la capacità termica del piombo è $C = 130$ J/kg $\cdot$ K, che la velocità del proiettive è $v = 200$ m/s, e che la temperatura ambiente è $T_0 = 20$°C, determinare la temperatura finale T del proiettile supponendo che il legno non conduca per nulla il calore e che il calore dell'esplosione sia stato completamente dissipato durante il tragitto del proiettile in aria.

Soluzione: L'energia cinetica $K = (1/2)mv^2$ del proiettile si converte in calore, provocando un aumento di temperatura

$$\Delta T = \frac{v^2}{2C} \simeq 153.85 °\text{C}.$$

La temperatura finale sarà quindi

$$T = T_0 + \Delta T \simeq 173.85 °\text{C}.$$

NOTE

Istruzioni. Scrivere nome, cognome e matricola nell'ultima pagina (e lasciarla possibilmente bianca). Indicare chiaramente quale domanda viene trattata.

Per ogni domanda scrivere succintamente la strategia che si intende seguire (indicando le leggi fisiche usate) e dare la soluzione analitica (con i simboli) e quella numerica (con le unità di misura). In assenza delle indicazioni della strategia usata l'esercizio sarà nullo.

Consegnare solo la bella copia, marcando chiaramente le parti che non devono essere considerate. Trattenere la brutta copia o comunque appuntarsi i risultati per confrontarli con la soluzione (Moodle).

Valutazione. Viene valutato l'aver indicato correttamente le leggi usate, la derivazione analitica, il risultato analitico e numerico corretto. **Se è presente il solo risultato analitico o numerico l'esercizio non viene considerato valido.** ATTENZIONE: gli errori numerici non sono considerati errori gravi a meno che non siano facilmente riconoscibili dall'analisi dimensionale o da valori particolari dei parametri (per esempio se per una scelta dei parametri un risultato viene assurdo o zero senza che sia fisicamente giustificato). Anche per questo, aspettate a sostituire i valori numerici alla fine.

Alcune grandezze utili. Accelerazione di gravità: $g = 9.8$ m/s^2. Momento di inerzia baricentrale di un cilindro di raggio R e massa M: $I_G = (1/2)MR^2$. Momento di inerzia baricentrale di un'asta omogenea di lunghezza L e massa M: $I_G = (1/12)ML^2$. Costante dei gas $R = 8.3$ J/mol K. Conversione calorie-joule: 1 kcal = 4184 J. Pressione atmosferica $P_a = 10^5$ Pa. Calore specifico molare di un gas monoatomico $c_V = (3/2)R$, di un gas biatomico $c_V = (5/2)R$. Densità dell'acqua $\rho_a \simeq 1000$ kg/m^3.

Suggerimenti. LEGGERE ACCURATAMENTE E RILEGGERE IL TESTO DEL PROBLEMA. Attenzione alla conversione tra unità (equivalenze). I problemi possono contenere dati che non servono per trovare la soluzione. Di solito esistono più modi per arrivare alla soluzione. FARE IL DISEGNO del problema, in maniera più accurata possibile e magari da più punti di vista, e disegnare i diagrammi temporali delle componenti della traiettoria ($x(t)$, $y(t)$, $v_x(t)$...).
FARE ATTENZIONE A IMPOSTARE LA CALCOLATRICE IN MODALITÀ "RAD", NON "DEG" O "GRAD" (A MENO CHE NON SI SAPPIA COSA SI STA FACENDO).