Tavole di mortalità con i logit (di Brass)

Gustavo De Santis, marzo 2017

(ripreso dal cap. 14 di M. Livi Bacci, *Introduzione alla demografia*, Loescher, Torino, 1999)

1. Premessa

Quando si fanno previsioni o proiezioni demografiche, si ha spesso necessità di immaginare scenari alternativi di fecondità o di mortalità. Si può procedere in molti modi, ma uno dei più semplici consiste nel prevedere una certa evoluzione dell'indicatore sintetico fondamentale per i due fenomeni (rispettivamente *TFT* e e_0) e poi ricostruire serie analitiche (f_x e L_x) coerenti con questo. Ad esempio, il *TFT* che oggi in Italia è pari a circa 1.4, potrebbe risalire fino a 1.7: come sarebbe, allora, la serie degli f_x? La speranza di vita alla nascita, che è oggi di 84.6 anni per le donne, potrebbe un giorno salire fino a 90: come sarebbe, allora, la serie degli L_x?

Per la fecondità, la soluzione più semplice consiste nel partire da una tavola di fecondità nota e poi ipotizzare un semplice riproporzionamento degli f_x, il che in pratica equivale a supporre un cambiamento di intensità (più o meno figli) ma non di cadenza (messi al mondo a età più giovani o più anziane)

Per la mortalità, invece, pur se esistono metodi più raffinati, si proporrà qui di seguito il metodo logit, proposto da Brass nel 1968.

2. Il logit

In generale, il *logit* di una variabile qualunque *y* si definisce come *logit*(y) = ln[y/(1-y)]. La funzione, definita solo per valori di y compresi tra 0 e 1 (estremi esclusi), varia da meno infinito a più infinito, e assume valore nullo per y=0.5.[1]

Brass propose di usare come *y* la serie delle probabilità di morire tra la nascita e un certo compleanno, e cioè la serie (1-l_x). Tuttavia, ai nostri fini (previsioni/proiezioni) appare più naturale usare la serie delle probabilità di sopravvivere, e, inoltre, non ai compleanni esatti, ma a una certa età in anni compiuti, e quindi la serie degli L_x. Presa una certa tavola di mortalità, che si userà come standard, avremo quindi

1) $$\text{logit}_x = \ln \frac{L_x}{1-L_x}$$

Ebbene Brass ha notato che tra due popolazioni qualsiasi, P e S, vale quasi perfettamente la relazione

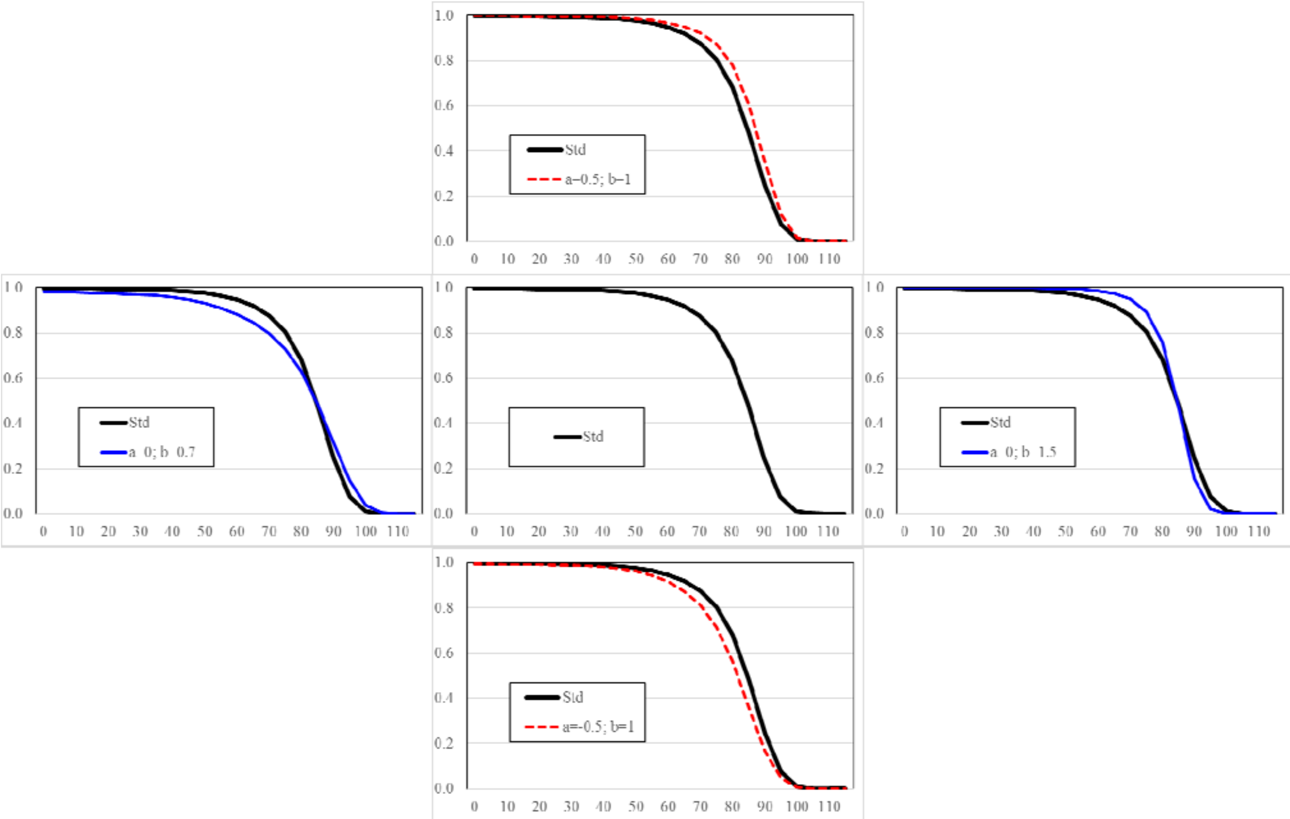
2) $$^{P}\text{logit}_x = a + b\ {}^{S}\text{logit}_x$$

In termini pratici questo vuol dire che, disponendo di una tavola standard (S), si può ottenere quasi qualunque altra tavola (P), agendo sui parametri *a* e *b*. Nella versione dei logiti che stiamo usando qui (che usa le probabilità e di sopravvivere e non quelle di morire) gli effetti dei parametri sono illustrati nella fig. 1.

---

[1] Brass, a dire il vero, aveva proposto di utilizzare, invece del *logit* «classico», la funzione *logit*(y) = 0.5 log [y/(1-y)], ma la costante moltiplicativa è inutile e verrà qui omessa.

Fig. 1. Effetti dell’uso dei parametri a e b nel sistema (modificato) di Brass



Fonte: Calcoli dell’A.

In pratica, *a* è un parametro “di livello”, con valore neutro pari a 0. Innalzandolo si aumenta la sopravvivenza, abbassandolo invece la si riduce. Invece *b* è un parametro “di forma”, con valore neutro pari a 1: innalzandolo si aumenta il numero dei sopravviventi “giovani”, a danno dei sopravviventi “anziani”; abbassandolo si ottiene l’effetto contrario. “Giovani” e “anziani” vanno qui intesi in senso relativo: rispetto all’età mediana alla morte (quando L_x=0.5, il suo logit è 0, e l’effetto del parametro *b* è nullo). Attenzione, però: l’effetto di b non è solo “di forma”, ma anche “di livello” - e cioè fa cambiare la durata media della vita: se b>1, e_0 aumenta; viceversa, se b<1, e_0 diminuisce.