

lo cual significa que el punto de oscuridad más lejano está a 21 cm, aproximadamente, de la pantalla. En general, los puntos sucesivos de oscuridad están a distancias  $a^2/2n\lambda$  (donde  $n$  es un entero) de la pantalla.

### 23.7 *Difusión de ondas*

Hasta ahora hemos supuesto en nuestro estudio de la difracción que los objetos interpuestos en el camino de una onda juegan un papel *pasivo*. Esto es, hemos supuesto que su único papel es interrumpir una parte del frente de onda sin agregar ellos mismos ninguna onda. Con esta suposición, los efectos de difracción observados se deben exclusivamente a la distorsión del movimiento oscilatorio incidente.

Sin embargo, éste no es el cuadro real en muchas situaciones. Supongamos, por ejemplo, que se suspende en el aire una esfera de material elástico y que se produce una onda acústica o de compresión en las cercanías. Cuando la onda pasa alrededor de la esfera, experimenta en primer lugar una difracción del tipo estudiado anteriormente. Pero además la esfera elástica está sometida a deformaciones oscilatorias debidas a las fluctuaciones de presión que acompañan a la onda. Las oscilaciones de la superficie producen a su vez nuevas perturbaciones u ondas en el aire circundante; estas ondas se superponen a la onda inicial. Las nuevas ondas producidas por la esfera oscilante son ondas *difundidas* y el proceso se denomina *difusión*. (NT).

Análogamente, si se coloca una esfera conductora en el camino de una onda electromagnética, los campos eléctrico y magnético de la onda inducen oscilaciones en las cargas libres de la esfera, y estas cargas oscilantes producen, conforme a la teoría de la radiación electromagnética desarrollada en el capítulo 19, una onda electromagnética nueva o difundida.

En el capítulo 19 estudiamos la difusión por un solo electrón, lo cual es un problema puramente dinámico al nivel atómico. La difusión que estamos describiendo aquí es de naturaleza más macroscópica, ya que involucra cuerpos compuestos de muchos átomos o que contienen muchos electrones. Podemos calcular la magnitud de esta difusión macroscópica aplicando ciertas condiciones de contorno en la superficie del cuerpo; estas condiciones determinan la naturaleza de la onda difundida. Por ejemplo, en el caso de una esfera perfectamente conductora, debemos imponer que en la superficie de la esfera la componente tangencial del campo eléctrico resultante (es decir, la suma del campo eléctrico de la onda incidente y el de la difundida) sea cero.

Los procesos de difusión son extremadamente importantes en todos los fenómenos ondulatorios. Sin embargo, un estudio más completo de la difusión exige un tratamiento matemático que está más allá de los fines de este texto.

### 23.8 *Difusión de rayos X por cristales*

Las ondas electromagnéticas con longitudes de onda más cortas que la de los rayos ultravioleta, tales como los rayos X y los rayos  $\gamma$ , no son difractadas en forma notable por objetos de las dimensiones usadas en la región óptica. Sin

embargo, una red cristalina con átomos o moléculas regularmente espaciados a distancias del orden de  $10^{-10}$  m, constituye un medio excelente para producir difracción de rayos X. Este problema es algo más complicado que los estudiados previamente en este capítulo por dos razones. En primer lugar, como un cristal es un arreglo tridimensional, los centros de difracción en vez de estar distribuidos en una dirección, lo están en el espacio, como se indica en la fig. 23-34, que es un diagrama de un cristal de NaCl. (Las esferas oscuras y claras corresponden a los iones  $\text{Na}^+$  y  $\text{Cl}^-$ ). En segundo lugar, bajo la acción del campo eléctrico de una onda electromagnética, los átomos o moléculas del cristal se convierten en fuentes de radiación secundarias, como ya se explicó en la sección 19.9. En consecuencia, tenemos en realidad más bien difusión que difracción.

Cuando los rayos X pasan a través del cristal, la intensidad de los rayos difundidos o difractados es el resultado de la interferencia (en la dirección de observación) de las ondas emitidas por cada átomo o molécula. Cuando el cristal está

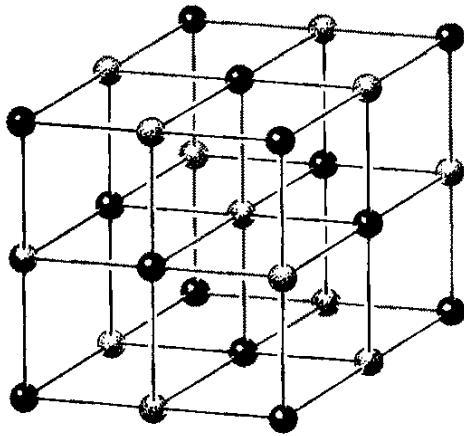


Fig. 23-34. Representación simplificada de un cristal de cloruro de sodio, mostrando la distribución regular de los átomos que forman una red cúbica.

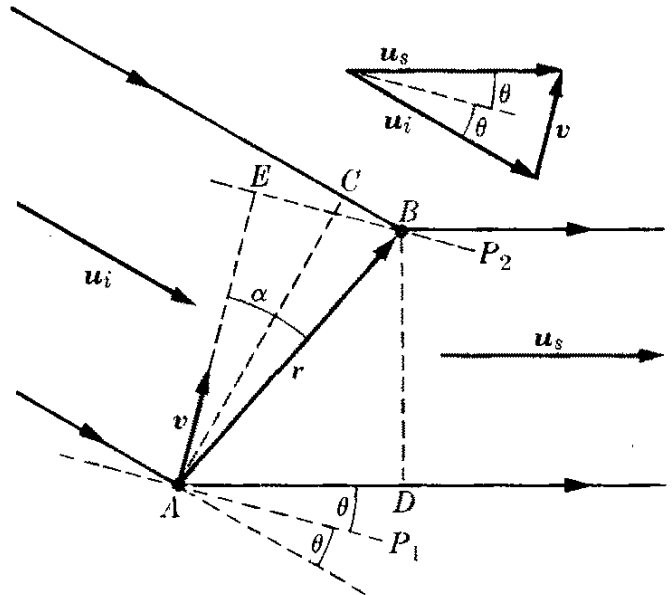


Fig. 23-35. Difusión de rayos X por dos átomos A y B.

compuesto de más de una clase de átomos, cada una contribuye de manera diferente a la difusión de los rayos X. Para simplificar nuestro cálculo, supondremos entonces que tenemos una sola clase de átomos y sólo un átomo por celda unitaria del cristal. Los resultados tienen validez general. La corrección para cuando hay más de una clase de átomos se calcula muy simple y directamente, pero no se discutirá aquí.

Consideremos dos átomos A y B a una distancia r (fig. 23-35). Sea  $u_i$  un versor según la dirección de propagación de las ondas incidentes y  $u_s$  un versor según la dirección de las ondas difundidas. La diferencia de camino de las ondas incidente y difundida para esos dos átomos es  $AD - BC$  y el defasaje está dado por

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (AD - BC).$$

Pero  $AD = \mathbf{u}_s \cdot \mathbf{r}$  y  $BC = \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{r}$ . Por lo tanto

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (\mathbf{u}_s - \mathbf{u}_i) \cdot \mathbf{r} = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{v} \cdot \mathbf{r}, \quad (23.24)$$

donde  $\mathbf{v} = \mathbf{u}_s - \mathbf{u}_i$ . Llamando  $2\theta$  al ángulo entre  $\mathbf{u}_s$  y  $\mathbf{u}_i$  vemos que, según el diagrama inserto en la fig. 23.35,

$$v = 2 \text{ sen } \theta. \quad (23.25)$$

La condición para que haya interferencia constructiva en la dirección  $\mathbf{u}_s$  es  $\delta = 2n\pi$  o sea, en vista de la ec. (23.24),

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{r} = n\lambda, \quad (23.26)$$

donde  $n$  es, como en casos anteriores, un entero positivo o negativo. La ec. (23.26) representa un plano perpendicular al vector  $\mathbf{v}$  (ver ejemplo 3.11). Por lo tanto, para una longitud de onda y una dirección de incidencia dadas, la ec. (23.26) da una serie de planos paralelos, uno para cada valor de  $n$ . La fig. 23-35 muestra dos de esos planos:  $P_1$  y  $P_2$ . La condición (23.26) vale para todos los átomos ubicados sobre estos planos, contribuyendo todos a un máximo de intensidad en la dirección  $\mathbf{u}_s$ . En la ec. (23.26),  $n = 0$  corresponde al plano que pasa por  $A$ ,  $n = \pm 1$  a los planos más cercanos a cada lado,  $n = \pm 2$  al siguiente par de planos y así sucesivamente.

De la fig. 23-35 deducimos, usando la ec. (23.35), que  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{r} = vr \cos \alpha = 2d \text{ sen } \theta$ , donde  $d = AE = r \cos \alpha$  es la distancia entre los planos  $P_1$  y  $P_2$ . La ec. (23.26) se convierte entonces en

$$2d \text{ sen } \theta = n\lambda, \quad (23.27)$$

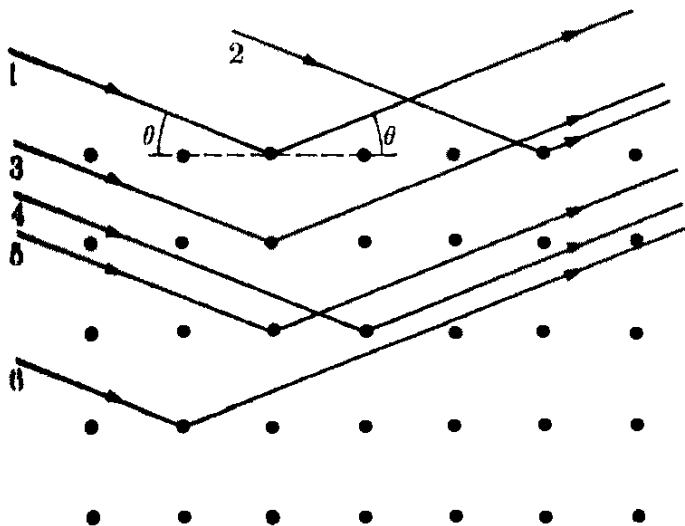
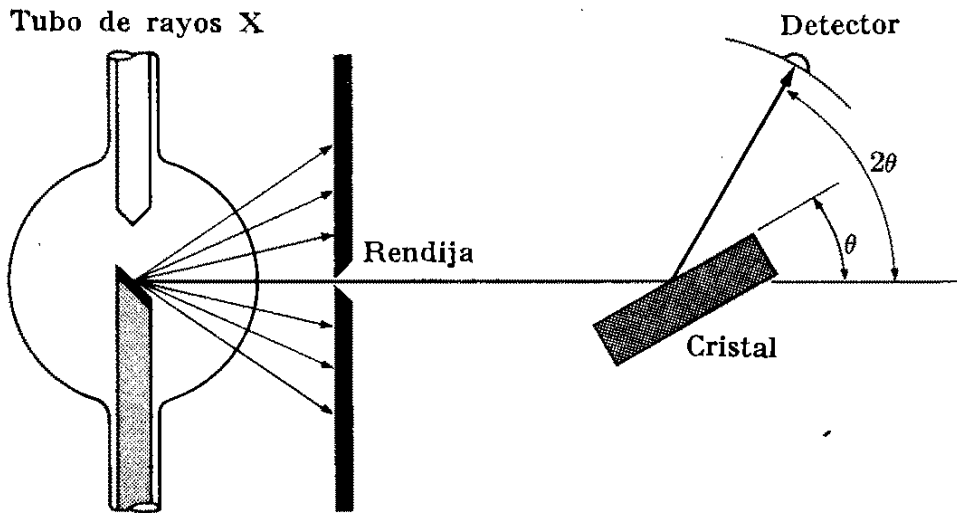
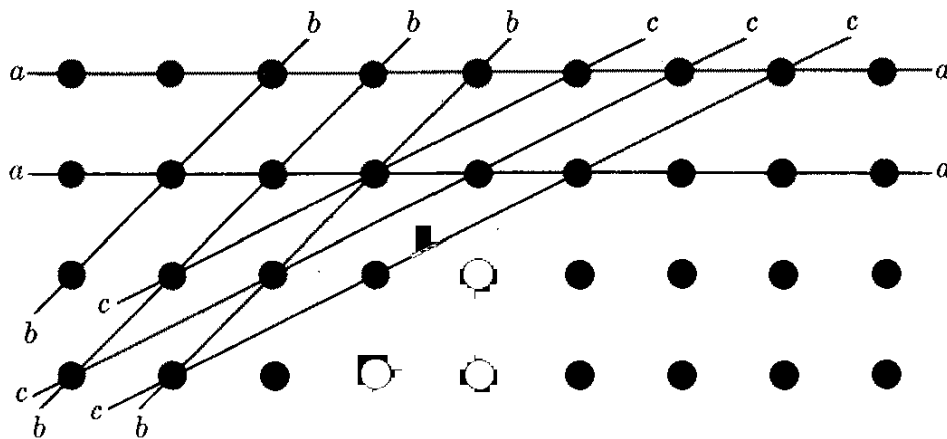


Fig. 23-36. Planos difusores paralelos en un cristal.

expresión que se conoce como *condición de Bragg*. Los valores de  $n$  están limitados por la condición de que  $\text{sen } \theta$  debe ser menor que la unidad. En la fig. 23-36 se muestra la geometría implicada en esta ecuación. Para los rayos tales como el 1 y el 2 que son difundidos por átomos ubicados en el mismo plano, el desfase es nulo ( $n = 0$ ) e interfieren constructivamente. Esto ocurre sin embargo para cualquier ángulo de incidencia. El hecho importante que implica la condición de Bragg es que los rayos tales como 3, 4, 5, . . . , que provienen de planos sucesivos, también interfieren cons-

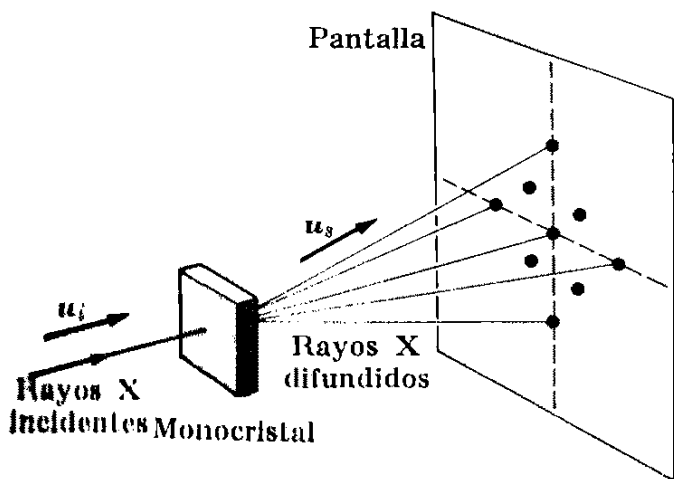


**Fig. 28-87.** Espectrómetro de cristal para la difracción de rayos X. Los rayos X, generados en el tubo de la izquierda y colimados por una rendija en un bloque de plomo, se difractan en el cristal. Los rayos X difractados se observan por medio de un detector móvil, en general una cámara de iones.



**Fig. 23-38.** Varios planos difusores paralelos posibles en un cristal.

Constructivamente, dando lugar a un máximo muy intenso. En consecuencia, la condición de Bragg expresa una especie de efecto colectivo, en el cual los rayos difundidos por todos los átomos ubicados en determinados planos paralelos interfieren constructivamente. Para planos fijos (o  $d$  fija) y longitud de onda  $\lambda$



**Fig. 28-89.** Difracción de Laue de rayos X producida por un monocristal.

dada se producen, al variar el ángulo  $\theta$ , posiciones alternadas de intensidad máxima y mínima, correspondientes a interferencia constructiva especificada por la ec. (23.27) o destructiva. Nótese que la ec. (23.27) se puede usar para medir la separación  $d$  de los planos si se conoce la longitud de onda  $\lambda$  y viceversa. En la fig. 23-37 se muestra un esquema de la disposición experimental para observar la difusión Bragg de rayos X; este dispositivo se denomina *espectrómetro de cristal*.