# Compito di Fisica
# 06/04/18 - Fila A - Soluzioni

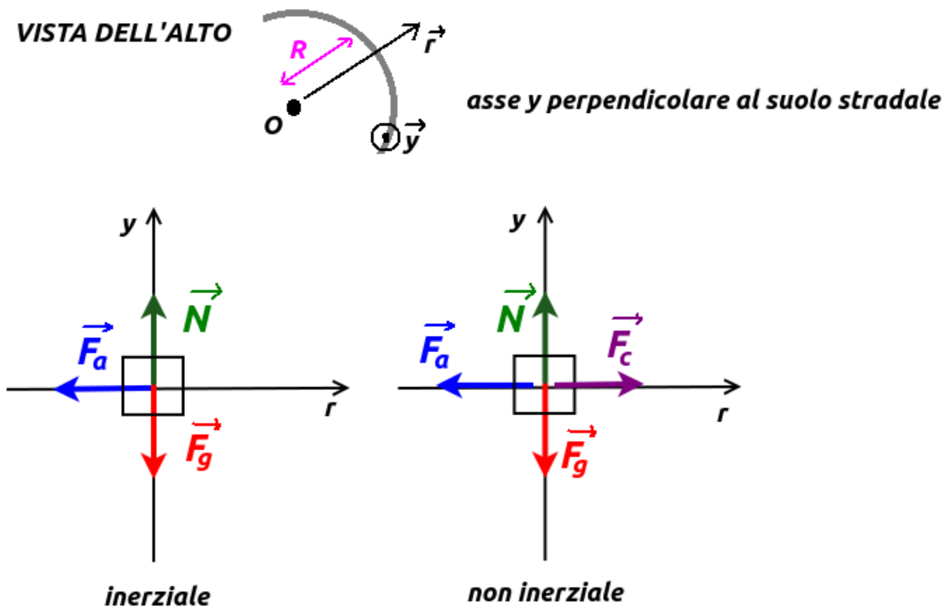


**Figura 1**

**Soluzione dell'esercizio 1**

a)
Si convertono le velocità iniziali nel sistema SI:

$$v_{a0} = 250 \text{ km/h} = 69.4 \text{ m/s}$$
$$v_{b0} = 240 \text{ km/h} = 66.7 \text{ m/s}$$

Si trova $a'$:

$$a' = \frac{100\text{km/h}}{3 \text{ s}} = \frac{27.8\text{m/s}}{3 \text{ s}} = 9.26 \text{ m/s}^2$$

$$a = a'/2 = 4.63 \text{ m/s}^2$$

Ad un istante $t > 0$ generico le posizioni delle auto saranno date dalle leggi orarie:

$$x_a(t) = v_{0a}t + d$$
$$v_b(t) = v_{0b}t + \frac{1}{2}at^2$$

nell'istante $t'$ del sorpasso queste due distanze saranno uguali:

$$v_{0a}t' + d = v_{0b}t' + \frac{1}{2}at'^2$$

da cui si ottiene l'equazione:

$$\frac{1}{2}at'^2 + t'(v_{0b} - v_{0a}) - d = 0$$

Prendendo la radice positiva:

$$t' = 3.60 \text{ s}$$

b)

$$v_{bf} = v_{0b} + at' = 83.3 \text{ m/s} = 300 \text{ km/h}$$

c)
Da una delle due leggi orarie d delle auto si sostituendo $t'$ a $t$ e si trova $D = 270$ m.
d)

$$v_2 = v_{bf}/2 = 41.7 \text{ m/s}$$

In figura 1 in alto è riportata la strada dall'alto, indicando con $O$ il centro di curvatura della strada, con $\vec{r}$ il vettore radiale e con $y$ l'asse perpendicolare al suolo.

In basso a sinistra è riportato il diagramma di corpo libero scegliendo di osservare il problema dal punto di vista di un osservatore inerziale (ad esempio, uno spettatore fermo che osserva la corsa). In questo caso sull'asse verticale la forza peso $\vec{F}_g$ dell'auto è equilibrata alla reazione normale $\vec{N}$ della strada. Lungo l'asse $r$ abbiamo la forza di attrito:

$$\vec{F}_a = -F_a\hat{r} = -\mu|\vec{N}|\hat{r} = -\mu mg\hat{r}$$

Proiettando sull'asse $r$, l'equazione dinamica $F = ma$ dà:

$$\mu mg = ma_c$$

dove $a_c$ è una accelerazione centripeta:

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

dove $R$ è il raggio di curvatura.

Studiando il problema in un sistema di riferimento non inerziale (figura in basso a destra) solidale con l'auto, si uguaglia la forza centrifuga $\vec{F}_c$ alla forza di attrito proiettando lungo l'asse $r$:

$$m\frac{v_2^2}{R} = \mu mg$$

Quindi in entrambi i casi si ottiene:

$$R = \frac{v_2^2}{\mu g} = 221 \text{ m}$$

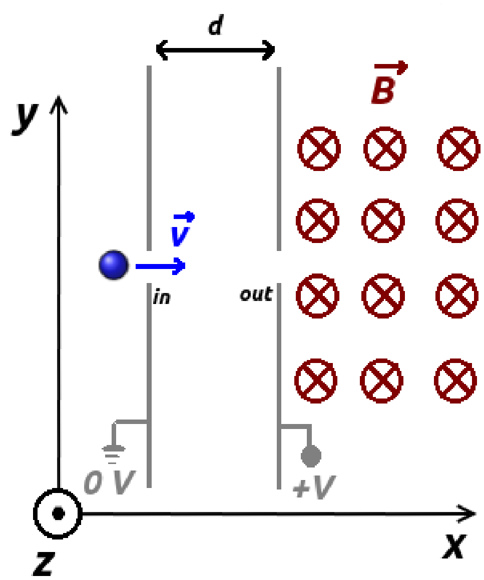


**Figura 2**

**Soluzione dell'esercizio 2**

a)

$$\vec{E} = -\frac{V}{d}\hat{\imath}$$

Il modulo è:

$$E = \frac{V}{d} = 500 \text{ V/m}$$

b)
Troviamo la forza di Coulomb:

$$\vec{F}_e = q\vec{E} = -\frac{qV}{d}\hat{\imath}$$

e quindi l'accelerazione:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = -\frac{qV}{dm}\hat{\imath}$$

Dato che la particella si muove lungo $+\hat{\imath}$, si tratta di una decelerazione, come è naturale supporre per una particella carica che si muove incontro ad una armatura anch'essa caricata positivamente.

Proiettando il moto lungo l'asse $x$, possiamo trovare la velocità finale. Dal moto uniformemente accelerato:

$$v_f^2 = v_0^2 + 2ad$$

$$v_f^2 = v_0^2 - 2\frac{qV}{dm}d$$

$$v_f = \sqrt{v_0^2 - 2\frac{qV}{m}} = 447 \text{ m/s}$$

In alternativa si può usare il teorema delle forze vive (in questo caso, la variazione di energia cinetica del corpo è uguale al lavoro della forza di Coulomb), arrivando allo stesso risultato.
c)

$$0 = v_0^2 - 2\frac{qV_2}{dm}d$$

da cui:

$$V_2 = \frac{1}{2}\frac{mv_0^2}{q} = 1.25 \text{ kV}$$

In alternativa si può usare il teorema delle forze vive (in questo caso, la variazione di energia cinetica del corpo è uguale al lavoro della forza di Coulomb), arrivando allo stesso risultato.
d)
Il modulo della forza di Lorentz:

$$F_L = qv_fB = 9.94 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

$$\vec{F}_L = F_L\hat{\jmath}$$

$$qv_fB = m\frac{v_f^2}{r}$$

$$r = \frac{mv_f}{qB} = 22.4 \text{ cm}$$

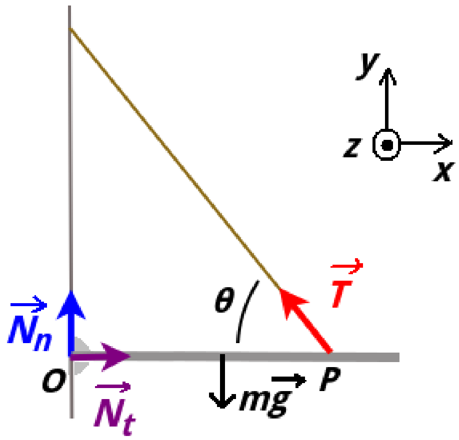


**Figura 3**

## Soluzione dell'esercizio 3

a)

$$\vec{\tau}_m = -mg\frac{l}{2}\hat{k}$$
$$\vec{\tau}_T = \frac{3}{4}lT\sin\theta\hat{k}$$

Gli altri due momenti sono nulli perché le forze sono applicate in $O$. b)

$$T = \frac{2}{3}mg\frac{1}{\sin\theta} = 113 \text{ N}$$
$$N_t = T\cos\theta = \frac{2}{3}mg\cot\theta = 56.6 \text{ N}$$
$$Nn = mg - T\sin\theta = \frac{1}{3}mg = 49.0 \text{ N}$$

## Soluzione dell'esercizio 4

a)

Troviamo il volume del secchio espresso in $m^3$:

$$V = \pi r^2 h$$

La densità dell'acqua $\rho$ è di 1.00 kg/dm$^3$, cioè $1.00 \cdot 10^3$ kg/m$^3$. La massa $m_a$ dell'acqua contenuta del secchio è quindi:

$$m_a = \rho V = 9.43 \text{ kg}$$

L'asse passante per il centro di massa del contenitore e parallelo a $z$ è distante $(L + r)$ da questo. Il momento di inerzia del contenitore rispetto all'asse $z$ (applicando il teorema di Huygens-Steiner, conoscendo il momento d'inerzia rispetto all'asse passante per il centro di massa e parallelo a $z$ e la distanza tra i due assi):

$$I_{cil} = \frac{1}{2}m_a r^2 + m_a(L + r)^2 = 11.5 \text{ kgm}^2$$

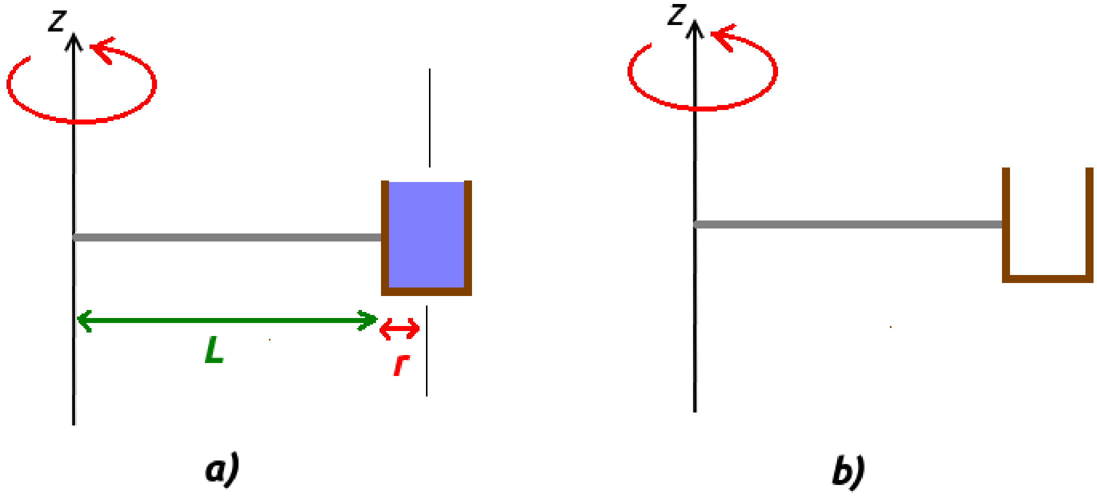


**Figura 4**

Il momento di inerzia della sbarra rispetto all'asse $z$:

$$I_{sb} = \frac{1}{12}mL^2 + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 = 3.33 \text{ kgm}^2$$

Il momento d'inerzia del sistema:

$$I_0 = I_{cil} + I_{sb} = 14.8 \text{ kgm}^2$$

b)

$$Q = \mathcal{L}_e m_a = 2.14 \cdot 10^7 \text{ J}$$

c)
Dato che il contenitore ha massa trascurabile e l'acqua non c'è più, il momento di inerzia finale è dato solo da quello della sbarra. Per la conservazione del momento angolare:

$$\omega_f = \frac{I_0}{I_{sb}}\omega_0 = 4.44 \text{ rad/s}$$

**Soluzione dell'esercizio 5**

a)
Troviamo la pressione assoluta e convertiamola in Pa.

$$P_0 = P_{0r} + 1.013 \text{ bar} = 1.71 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Il volume in m$^3$

$$V = 500.0 \text{ dm}^3 = 0.5000 \text{ m}^3$$

Dalla legge dei gas perfetti:

$$T_0 = \frac{P_0 * V}{nR} = 3.44 \cdot 10^{3} {}^\circ\mathrm{K}$$

b)
Convertiamo $Q$ in J:

$$Q = 3.00 \text{ kcal} = 12.56 \text{ J}$$

$$Q = nC_v \Delta T = nC_v (T_f - T_0)$$

$$T_f = \frac{Q}{nC_v} + T_0 = 3.64 \cdot 10^{3} {}^\circ\mathrm{K}$$

c)

$$\Delta S = \int_0^f \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_0}^{T_f} \frac{nC_v dT}{T} = nCv \ln\left(\frac{T_f}{T_0}\right) = 3.55 \text{ J}{}^\circ\mathrm{K}^{-1}$$