Compito di Fisica
06/04/18 - Fila B - Soluzioni

Soluzione dell'esercizio 1

a)

$$T_i = 30.0 \text{ d} = 2.59 \cdot 10^7 \text{ s}$$

Essendo il collasso dovuto a forze centrali, si conserva il momento angolare:

$$\omega_f = \left(\frac{r_i}{r_e}\right)^2 \omega_i = \left(\frac{r_i}{r_e}\right)^2 \frac{2\pi}{T_i} = 5.28 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$$

b)

$$T_f = \frac{2\pi}{\omega_f} = 1.19 \text{ ms}$$

Indicando con $t = 1.00$ s, il numero di giri sarà semplicemente dato da t diviso il tempo impiegato per fare un giro (cioè il periodo T_f):

$$n_p = t/T_f = 840$$

c)

$$g_0 = G\frac{m}{r_0^2} = 2.71 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2 = 278g$$

$$g_f = G\frac{m}{r_f^2} = 5.93 \cdot 10^{12} \text{ m/s}^2 = 6.04 \cdot 10^{11} g$$

Soluzione dell'esercizio 2

a)
Considerando il modulo di $\vec{F}_S$

$$\eta = \frac{F_S}{6\pi r v}$$

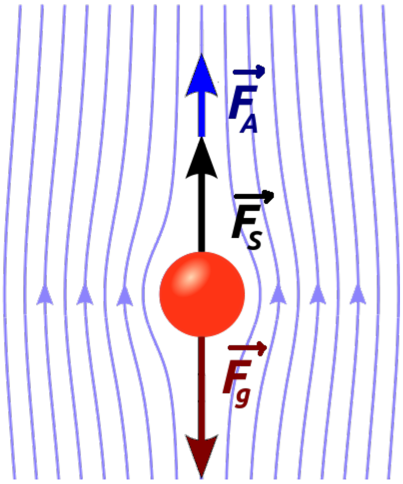

Figura 1

$$[\eta] = \frac{[F_S]}{[r][v]}$$

$$[\eta] = \frac{[M^1L^1T^{-2}]}{[M^0L^1T^0][M^0L^1T^{-1}]} = [M^1L^{-1}T^{-1}]$$

In Si si misura quindi in kg/(ms).
b)
Il diagramma è in figura 1 (la velocità è diretta verso il basso). c)
La densità dell'acqua ρ è di 1.00 kg/dm^3, cioè $1.00{\cdot}10^3$ kg/m^3 e $\eta = 1.00{\cdot}10^{-3}$ kg/(ms).
All'equilibrio dinamico, cioè quando la velocità si riduce fino a quella finale di regime:

$$\vec{F}_g + \vec{F}_A + \vec{F}_S = \vec{0}$$

Proiettando le forze sull'asse verticale ascendente:

$$F_A + F_S - F_g = 0$$

Sostituendo:

$$\rho_a g V + 6\pi\eta r v - \rho_{Pb} V g = 0$$

dove V è il volume della sfera e ρ_a è la densità dell'acqua. Quindi:

$$\rho_a g \frac{4}{3}\pi r^3 + 6\pi\eta r v - \rho_{Pb}\frac{4}{3}\pi r^3 g = 0$$

Si divide per r e per π:

$$\rho_a g \frac{4}{3} r^2 + 6\eta v - \rho_{Pb}\frac{4}{3} r^2 g = 0$$

e si risolve per v:

$$v = \frac{2}{9} r^2 \frac{g(\rho_{Pb} - \rho_a)}{\eta} = 8.98 \text{ m/s}$$

Soluzione dell'esercizio 3

a)

Scegliamo il sistema di riferimento con l'asse x positivo diretto secondo la velocità del proiettile. Dalla conservazione della quantità di moto:

$$MV - mv = 0$$

dove V è la velocità di rinculo del cannone. Il segno negativo indica che è diretta in maniera opposta rispetto a quella del proiettile.

$$V = -\frac{m}{M}v$$

Usando il teorema delle forze vive, la variazione di energia cinetica sarà uguale al lavoro della forza di attrito:

$$MV = \mu Mgd$$

$$d = \frac{V}{\mu g} = \frac{mv}{M\mu g} = 25.5 \text{ cm}$$

b)

Si trova il tempo di caduta t_c:

$$h = \frac{1}{2}gt_c^2$$

$$t_c = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$l = vt_c = v\sqrt{\frac{2h}{g}} = 31.9 \text{ m}$$

c)

Si trova la differenza h_m di quota del vertice della traiettoria rispetto alla quota iniziale:

$$h_m = \frac{(v\sin\alpha)^2}{2g}$$

$$H = h_m + h = \frac{v\sin\alpha)^2}{2g} + h = 33.9 \text{ m}$$

d)

Troviamo il tempo di arrivo alla quota massima t_m:

$$0 = v\sin\alpha - gt_m$$

$$t_m = \frac{v \sin \alpha}{g}$$

Il tempo di caduta $t_d$dall'altezza H rispetto al suolo:

$$H = \frac{1}{2} g t_d^2$$

$$t_d = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$L = v \cos \alpha (t_m + t_d) = v \cos \alpha \left(\frac{v \sin \alpha}{g} + \sqrt{\frac{2H}{g}} \right) = 224 \text{ m}$$

In alternativa, si può trovare il tempo $T = t_d + t_c$ dalla legge oraria del moto verticale:

$$0 = h + v \sin \alpha T - \frac{1}{2} g T^2$$

e poi:

$$L = v \cos \alpha T$$

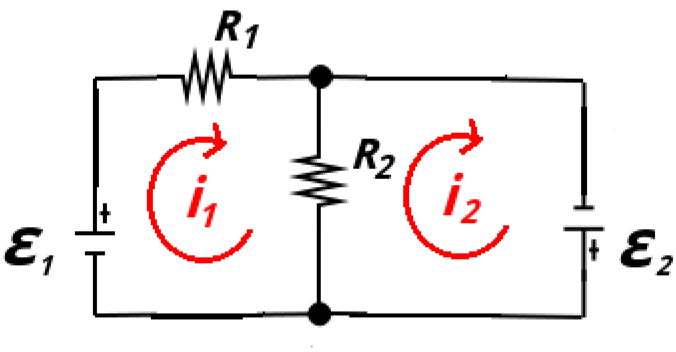

Figura 2

Soluzione dell'esercizio 4

a) Scegliendo un verso positivo come orario (come in figura) per le correnti di maglia:

$$\begin{cases} \epsilon_1 - i_1 R_1 - i_1 R_2 + i_2 R_2 = 0 \\ \epsilon_2 - i_2 R_2 + i_1 R_2 = 0 \end{cases}$$

Risolvendo il sistema:

$$i_1 = 12.0 \text{ mA}$$
$$i_2 = 62.0 \text{ mA}$$

b)
Dato che i valori delle correnti sono positive, il verso di entrambe conferma quello scelto in origine. Su R_2 circola quindi una corrente totale data da due contributi che hanno verso diverso lungo il resistore. Nel sostituire i valori numerici nell'effetto Joule, bisogna ricordarsi di esprimere le correnti in A e le resistenze in Ω, altrimenti si può andare incontro ad errori numerici (infatti 1 W=(1A^2)·(1Ω)).

$$\mathcal{P} = (i_1 - i_2)^2 R_2 = 2.50 \text{ W}$$

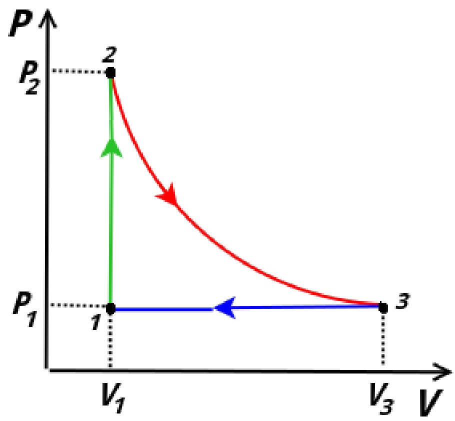

Figura 3

Soluzione dell'esercizio 5

Ricordiamoci prima di tutto di convertire le pressioni in Pa. Essendo il gas biatomico:

$$C_v = \frac{5}{2}R$$
$$C_p = \frac{7}{2}$$

a) Essendo una isocora: $V_1 = V_2$.
Si scrive l'equazione di stato dei gas perfetti $PV = nRT$ per il punto 1 e il punto 2, ricavando così le temperature:

$$T_1 = \frac{P_1 V_1}{nR} = 1.50 \cdot 10^3 \,^\circ\text{K}$$
$$T_2 = \frac{P_1 V_1}{nR} = 3.05 \cdot 10^3 \,^\circ\text{K}$$

$$Q_{12} = nC_v(T_2 - T_1) = 60.4 \text{ kJ}$$

b)
Sappiamo che $P_3 = P_1$.
In una isoterma nRT è sostante, quindi $PV = costante$ su tutta la trasformazione:

$$P_2 V_1 = P_1 V_3$$

$$V_3 = 1.01 \text{ m}^3$$

Dal primo principio, essendo $\Delta U = 0$, $Q = L$:

$$L = \int P dV$$

sostituendo P trovato con la legge dei gas perfetti:

$$L = \int nRT \frac{dV}{V}$$

(nRT) sono costanti in una isoterma. Quindi si può portare fuori questa quantità dall'integrale e integrare sul volume.

$$L = nRT \int \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$$

dove V_f e V_i sono i volumi iniziali e finali. Quindi:

$$Q_{23} = L_{23} = nRT_2 \ln \frac{V_3}{V_1} = 35.8 \text{ kJ}$$

c)

$$Q_{31} = nC_p(T_1 - T_2) = -89.8 \text{ kJ}$$

d)
I calori assorbiti sono quelli positivi:

$$Q_{ass} = Q_{12} + Q_{23} = 99.9 \text{ kJ}$$

Quello ceduto dal sistema i negativi:

$$Q_{ced} = Q_{31} = -89.8 \text{ kJ}$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{ced}|}{Q_{ass}} = 10.1\%$$