Soluzione Compito di Fisica
09/02/18 - Fila A

Soluzione dell'esercizio 1

a)

In figura 4 è disegnato il diagramma di corpo libero (anche se è da considerare un punto materiale, la forza peso è stata disegnata applicata nel centro di massa e la forza normale nel punto di contatto con il piano). Lo spostamento $\vec{d}$ è parallelo alla tensione $\vec{T}$ della corda ideale utilizzata dal motore per trainare il carico. Impostando l'equilibrio lungo l'asse y del sistema di riferimento scelto avremo:

$$y: \quad N = mg\cos\theta$$

La forza di attrito è:

$$\vec{F}_a = -\mu_d|\vec{N}|\hat{i} = -\mu_d mg\cos\theta\hat{i}$$

Il problema può essere risolto sia usando la dinamica che l'energia e di seguito verrà svolto questo secondo approccio. Per il teorema delle forze vive la somma dei lavori fatti dalle forze in gioco deve essere nulla, perché, dato che il carico viene trascinato a velocità costante, non c'è variazione di energia cinetica.

$$L_T + L_a + L_g = \Delta K = 0$$

dove L_T, L_a e L_g sono i lavori fatti rispettivamente dalla tensione della corda (cioè da motore), dall'attrito e dalla forza peso.

$$L_T = -L_a - L_g$$

$$L_g = -dmg\sin\theta$$

$$L_a = -\mu_d dmg\cos\theta$$

$$L_T = mgd(\sin\theta + \mu_d\cos\theta) = 198\ \mathrm{J}$$

b)

$$T = mg(\sin\theta + \mu_d\cos\theta)$$

$$P = Tv_0 = 33.0 \text{ W}$$

c)
Una volta spezzata la corda, agiscono sul carico solo la forza peso che l'attrito, entrambe dirette in verso opposto a $\vec{v}_0$. Dal moto uniformemente accelerato si ha:

$$v_f = v_0 + at$$

dove:

$$v'_f = 0$$

$$a = -g(\sin\theta + \mu\cos\theta)$$

Quindi:

$$t = \frac{v_0}{g(\sin\theta + \mu\cos\theta)} = 75.7 \text{ ms}$$

d) Una volta annullata la velocità lungo il piano, il carico aumenterà la velocità verso il basso per via della forza peso e la forza di attrito cambierà di segno. Di nuovo si utilizza la formula del moto uniformemente accelerato, usando una velocità nulla come velocità iniziale.

$$v_f = at$$

Da notare che un tempo t di $2t$ è già stato considerato nel punto c). In questo secondo tratto lungo t l'accelerazione è:

$$a = g(-\sin\theta + \mu\cos\theta)$$

$$v_f = g(-\sin\theta + \mu\cos\theta)t = -0.242 \text{m/s}$$

Il suo modulo è quindi 0.242 m/s.

Soluzione dell'esercizio 2

a)
Troviamo la distanza r del punto P dai due corpi equidistanti.

$$r = \frac{d}{\cos\theta}$$

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = k\frac{q}{r^2} = 2.25 \cdot 10^{-9} \text{ N/C}$$

$$|\vec{g}_1| = G\frac{m_1}{r^2} = 3.33 \cdot 10^{-10} \text{ m/s}^2$$

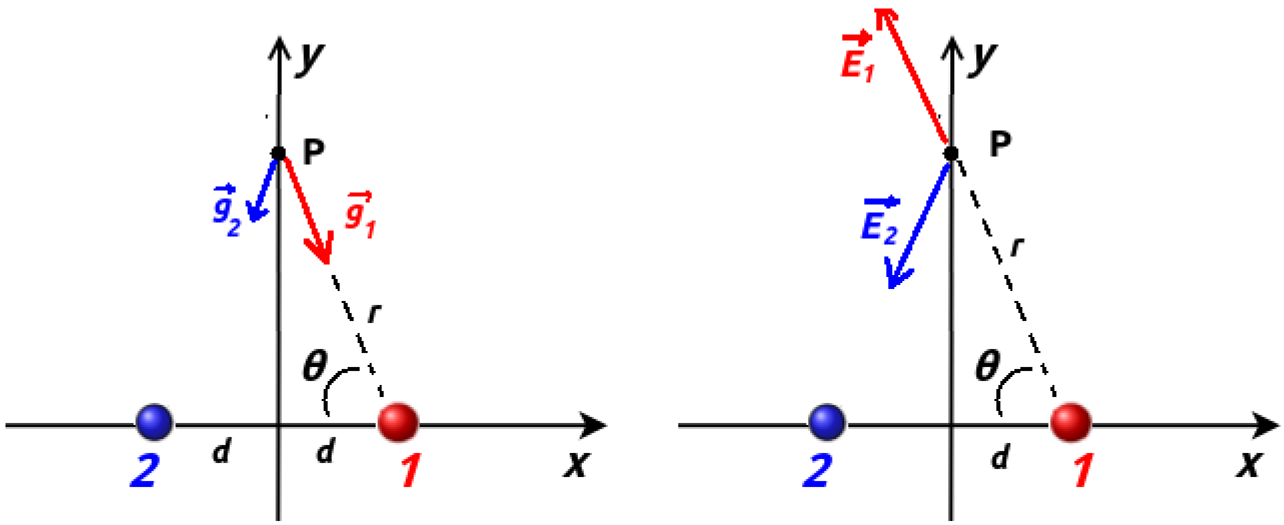

Figura 1

$$|\vec{g}_2| = G\frac{m_2}{r^2} = 1.67 \cdot 10^{-10}\ \text{m/s}^2$$

b)
Scriviamo i vettori in componenti:

$$\begin{aligned}\vec{g}_1 &= g_{x1}\hat{\imath} + g_{y1}\hat{\jmath}\\ \vec{g}_2 &= g_{x2}\hat{\imath} + g_{y2}\hat{\jmath}\end{aligned}$$

Indicando con $g_1 = |\vec{g}_1|$ e con $g_2 = |\vec{g}_2|$:

$$\begin{cases} g_{1x} = g_1\cos\theta = 1.67 \cdot 10^{-10}\ \text{m/s}^2\\ g_{1y} = -g_2\sin\theta = -2.89 \cdot 10^{-10}\ \text{m/s}^2\end{cases}$$

$$\begin{cases} g_{2x} = -g_2\cos\theta = -8.34 \cdot 10^{-11}\ \text{m/s}^2\\ g_{2y} = -g_2\sin\theta = -1.44 \cdot 10^{-11}\ \text{m/s}^2\end{cases}$$

$$\vec{g} = (g_{1x} + g_{2x})\hat{\imath} + (g_{2x} + g_{2y})\hat{\jmath}$$

$$\vec{g} = (g_1 - g_2)\cos\theta\hat{\imath} - (g_1 + g_2)\sin\theta\hat{\jmath}$$

$$\vec{g} = \left[(8.34 \cdot 10^{-11})\hat{\imath} + (-4.33 \cdot 10^{-10})\hat{\jmath}\right]\ \text{m/s}^2$$

c)
Scriviamo i vettori in componenti:

$$\begin{aligned}\vec{E}_1 &= E_{x1}\hat{\imath} + E_{y1}\hat{\jmath}\\ \vec{E}_2 &= E_{x2}\hat{\imath} + E_{y2}\hat{\jmath}\end{aligned}$$

Indicando con $E' = |\vec{E}_1| = |\vec{E}_2|$:

$$\begin{cases} E_{1x} = -E' \cos\theta = -1.12 \cdot 10^{-9} \text{ N/C} \\ E_{1y} = E' \sin\theta = 1.94 \cdot 10^{-9} \text{ N/C} \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_{2x} = -E' \cos\theta = -1.12 \cdot 10^{-9} \text{ N/C} \\ E_{2y} = -E' \sin\theta = -1.94 \cdot 10^{-9} \text{ N/C} \end{cases}$$

$$\vec{E} = (E_{1x} + E_{2x})\hat{i} + (E_{2x} + E_{2y})\hat{j}$$

$$\vec{E} = -(2E')\cos\theta\hat{i} = 2.25 \cdot 10^{-9}\hat{i} \text{ N/C}$$

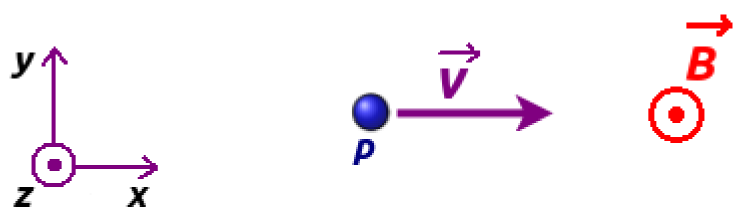

Figura 2

Soluzione dell'esercizio 3

a)
Essendo la corica del protone e del muone in modulo uguali, in entrambi i casi il modulo F_L della forza di Lorentz è:

$$F_L = evB = 1.60 \cdot 10^{-16} \text{ N}$$

Dalla regola della mano destra si ricava direzione e verso della forza di Lorentz nel caso del protone:

$$\vec{F_{Lp}} = -F_L\hat{j}$$

e del muone:

$$\vec{F_{L\mu}} = F_L\hat{j}$$

b)
Per trovare il raggio di curvatura si uguaglia il modulo dellla forza di Lorentz a quello della forza centripeta:

$$evB = \frac{v^2}{R}$$

da cui:

$$R = \frac{mv}{eB}$$

Nel caso del protone (raggio di curvatura di una traiettoria in senso orario):

$$R_p = \frac{m_p v}{eB} = 1.04 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Nel caso del muone (raggio di curvatura di una traiettoria in senso antiorario):

$$R_\mu = \frac{m_\mu v}{eB} = 1.18 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

c)
In entrambi i casi il modulo F_L della forza di Coulomb è uguale a $F_L = evB$. Nel caso del protone la forza di Coulomb deve essere diretta lungo l'asse y positivo. Dato che:

$$\vec{E}_p = \frac{\vec{F}_e}{e} = \frac{evB\hat{j}}{e} = vB\hat{j} = 1.00 \cdot 10^3\,\hat{j} \text{ N/C}$$

Nel caso del muone, la forza di Coulomb deve essere diretta verso l'asse y negativo:

$$\vec{E}_\mu = \frac{\vec{F}_e}{-e} = \frac{evB(-\hat{j})}{-e} = vB\hat{j} = 1.00 \cdot 10^3\,\hat{j} \text{ N/C}$$

Quindi in entrambi casi il campo elettrico è uguale.

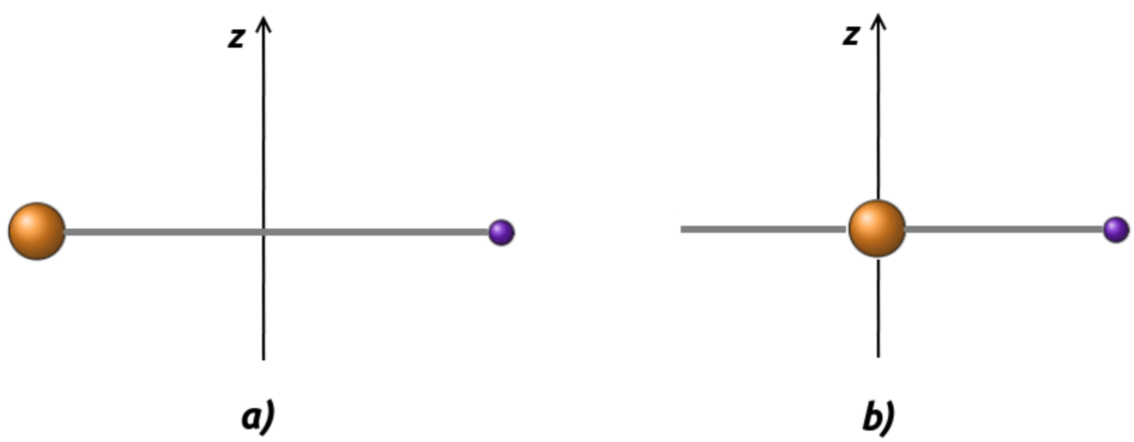

Figura 3

Soluzione dell'esercizio 4

a)
Sapendo l'espressione per il volume di una sfera, si trovano le due masse:

$$m_1 = \rho_{Pb} * \frac{4}{3}\pi R_1^3 = 47.3 \text{ kg}$$

$$m_2 = \rho_{Pb} * \frac{4}{3}\pi R_2^3 = 5.92 \text{ kg}$$

Il momento d'inerzia complessivo si trova con il teorema di Huygens-Steiner:

$$I_a = \frac{2}{5}m_1R_1^2 + m_1\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \frac{2}{5}m_2R_2^2 + m_2\left(\frac{L}{2}\right)^2 = 13.5 \text{ kgm}^2$$

b)
Si tratta di una coppia di forze di braccio L. Il momento torcente $\vec{\tau}$ è diretto lungo l'asse z e ha modulo τ:

$$\tau = FL = 80 \text{ Nm}$$

L'accelerazione angolare $\vec{\alpha}$ sarà quindi anch'essa lungo l'asse z e avrà modulo α:

$$\alpha = \frac{\tau}{I_a}$$

Dopo Δt il sistema, che inizialmente aveva velocità angolare ω_0 nulla, ha velocità angolare:

$$\omega_a = \omega_0 + \alpha\Delta t = 59.2 \text{ rad/s}$$

Guardando il sistema dall'alto (asse z uscente), la rotazione risulta antioraria. c)
Il nuovo momento d'inerzia è:

$$I_b = \frac{2}{5}m_1R_1^2 + \frac{2}{5}m_2R_2^2 + m_2\left(\frac{L}{2}\right)^2 = 1.67 \text{ kgm}^2$$

Essendo lo spostamento dovuto a forze interne, il momento angolare si conserva:

$$I_a\omega_a = I_b\omega_b$$

da cui:

$$\omega_b = \frac{I_a}{I_b}\omega_a = 478 \text{ rad/s}$$

Soluzione dell'esercizio 5

a)
Si conserva la quantità di moto complessiva prima e dopo l'urto e quindi si ricava. Quella iniziale è dovuta solo al proiettile (il blocco è inizialmente in quiete) e quella finale al movimento del nuovo corpo formato dal proiettile + il blocco. Considerando che il moto è unidimensionale, è consentito omettere la notazione vettoriale.

$$Q_i = mv$$

$$Q_f = (M + m)V$$

Uguagliando queste due quantità:

$$V = \frac{m}{M + m}v = 33.3 \text{ m/s}$$

b)
Energia cinetica del sistema formato dal proiettile e dal blocco prima dell'urto è dovuta tutta al moto del proiettile:

$$K_i = \frac{1}{2}mv^2 = 4.00 \text{ kJ}$$

Energia cinetica del sistema (formato ora dal proiettile + il blocco) dopo dell'urto:

$$K_f = \frac{1}{2}(M+m)V^2 = 666 \text{ J}$$

L'energia cinetica persa si trasforma in calore:

$$Q = \Delta K = K_i - K_f = 3.33 \text{ kJ}$$

Per trovare la massa di ghiaccio sciolta si utilizza il calore latente di fusione:

$$m_s = \frac{Q}{\mathcal{L}_f} = 10.0 \text{ g}$$

c)
E' rimasto $(M - m_s)$ di massa di ghiaccio da sciogliere:

$$Q_1 = \mathcal{L}_f(M - m_s) = 3.30 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Poi va riscaldata l'acqua per aumentarne la temperatura di 100°K:

$$Q_2 = Mc_a(100°\text{K}) = 4.19 \cdot 10^5 \text{ J}$$

e poi fatta evaporare:

$$Q_3 = M\mathcal{L}_f = 2.27 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$Q_{tot} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 3.02 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Relazioni utili

Meccanica e Termodinamica

- *accelerazione di gravità media sulla superficie terrestre*
  g=9.807 m/s^2
- *costante di gravitazione universale*
  $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ m^{3}kg^{-1}s^{-2}

Momenti d'Inerzia di corpi rigidi:

- Sfera = $\frac{2}{5}mr^2$

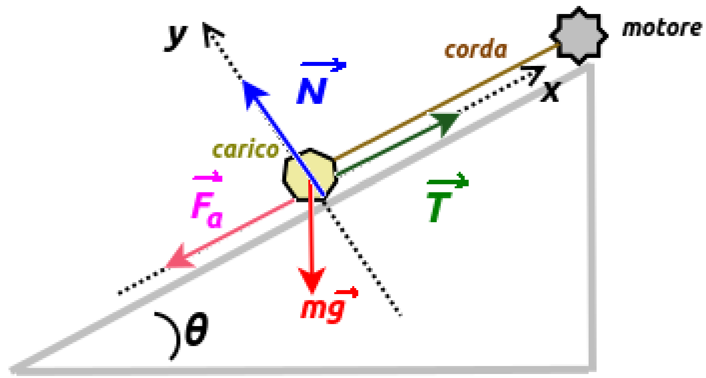

Figura 4

- densità Piombo: ρ_{Pb}=1.13·10^4 kg/m^3
- calore specifico dell'acqua c_a = 4.186 kJ/(kg°K)
- calore specifico ghiaccio c_g = 2.093 kJ/(kg°K)
- calore latente di fusione ghiaccio $\mathcal{L}_f$ = 333·10^{3}J/kg
- calore latente di evaporazione dell'acqua $\mathcal{L}_e$ = 2.272·10^6 kJ/kg
- 1 cal = 4.186 J

- R = 8.31 Jmol^{-1}K^{-1}
- $\int_a^b \frac{dx}{x} = \ln\left(\frac{x_b}{x_a}\right)$

Trasformazioni Adiabatiche:

- PV^γ=costante
- $\frac{T^\gamma}{P^{\gamma-1}}$=costante
- $TV^{\gamma-1}$=costante

gas perfetto	n_l	C_V/R	C_P/R	$\gamma = C_P/C_V$
monoatomico	3	3/2	5/2	5/3
biatomico	5	5/2	7/2	7/5
poliatomico	6	3	4	4/3

Elettromagnetismo e Ottica

- permittività elettrica del vuoto: $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$ $C^2N^{-1}m^{-2}$
- costante di Coulomb: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.988 \cdot 10^9$ Nm^2C^{-2}
- permeabilità magnetica del vuoto: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ TmA^{-1}
- massa dell'elettrone: $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg
- massa del protone: $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg
- carica del protone: $e = 1.60 \cdot 10^{-19}$ C

Campo Elettrico dovuto a Potenziale che varia lungo una sola direzione $\hat{i}$:

- $\vec{E} = -\frac{dV}{dx}\hat{i}$