Compito di Fisica
02/10/18
Soluzioni

Istruzioni:

- scrivere sul foglio in modo chiaro nome, cognome, fila e anno di corso
- numerare le pagine
- si può usare una calcolatrice scientifica come unico strumento per fare i calcoli
- non si possono tenere formulari
- le ⋆ rappresentano i punti massimi acquisibili per ogni domanda di un esercizio (totale: 35 punti)
- fare particolare attenzione alle unità di misura e alla distinzione tra vettori e scalari (-0.5 punti ad errore)
- cercare di commentare lo svolgimento dell'esercizio e dimostrare di saper analizzare i risultati dei calcoli, soprattutto se ritenuti non corretti, in maniera critica
- evitare di scrivere elenchi di formule che non sono direttamente connesse con i passaggi usati per lo svolgimento
- scrivere il testo in Italiano o in Inglese
- fare attenzione al corretto numero di cifre significative nel presentare i risultati (si consiglia, facendo i conti, di arrotondare solo il risultato finale)

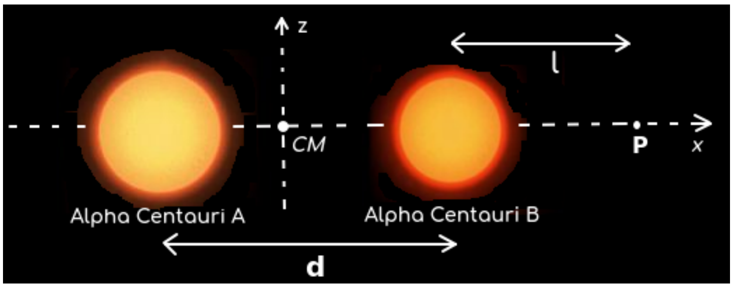

Figura 1

Soluzione dell'esercizio 1

a)

Dalla formula del centro di massa:

$$x_{cm} = \frac{1}{M_A + M_B}(M_A x_A + M_B x_B)$$

dove le coordinate $x_A = 0$ e $x_B = d$:

$$x_{cm} = \frac{1}{M_A + M_B}(M_B d) = 1.675 \cdot 10^{12} \text{ m}$$

$$d_A = x_{cm} = 1.675 \cdot 10^{12} \text{ m}$$

$$d_B = d - x_{cm} = 2.075 \cdot 10^{12} \text{ m}$$

b)
Il modulo è:

$$g_c = G\frac{M_A}{(d+l)^2} + G\frac{M_B}{(l)^2} = 5.500 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

La direzione è quella individuato dalla retta x e il verso che punta CM. c)
La distanza del Usando il teorema di Huygens-Steiner:

$$I_1 = \frac{2}{5}M_A R_A^2 + M_A d_A^2 + \frac{2}{5}M_B R_B^2 + M_B d_B^2 = 1.432 \cdot 10^{55} \text{ kgm}^2$$

d)
Usando il teorema di Huygens-Steiner:

$$I_2 = \frac{2}{5}M_A(100 * R_A)^2 + M_A * d_A^2 + \frac{2}{5}M_B R_B^2 + M_B * d_B^2 = 1.434 \cdot 10^{90} \text{ kgm}^2$$

Dalla conservazione del momento angolare:

$$L_{z1} = L_{z2}$$

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

dove ω è il modulo della velocità angolare del sistema. Sapendo la relazione tra velocità angolare e periodo:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

si riscrive:

$$\frac{I_1}{T_1} = \frac{I_2}{T_2}$$

$$T_2 = T_1\frac{I_2}{I_1} = 80.14 \text{ anni} = 2.527 \cdot 10^9 \text{ s}$$

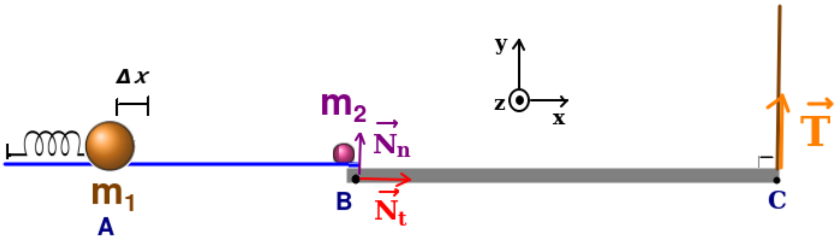

Figura 2

Soluzione dell'esercizio 2

a)

Dato che la forza elastica è conservativa e nel piano non c'è attrito, si impone la conservazione dell'energia meccanica tra l'istante iniziale e quello immediatamente prima dell'urto:

$$\frac{1}{2}k\Delta x^2 = \frac{1}{2}m_1 v_1^2$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{k\Delta x^2}{m_1}} = 5.00 \text{ m/s}$$

b)

Si applica la conservazione della quantità di moto complessiva del sistema fatto dalle due masse, prima e dopo l'urto:

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2)V$$

$$V = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1 = 3.33 \text{ m/s}$$

c)

Dal diagramma di corpo libero (in figura a) in fondo al testo), si trova che:

$$\vec{N} - (m_1 + m_2)\vec{g} = 0$$

Dalla definizione di forza di attrito:

$$\vec{F}_a = -\mu_d |\vec{N}| \hat{V}$$

dove $\hat{V}$ è il versore della velocità $\vec{V}$, che coincide con $\hat{i}$ nel sistema di riferimento. Quindi:

$$\vec{F}_a = -\mu_d g(m_1 + m_2)\hat{i}$$

Applicando il teorema delle forze vive (il lavoro della forza di attrito è $-F_a d$ e $\Delta K = -\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2$ perché il corpo di ferma):

$$d = \frac{V^2}{2\mu_d g} = 1.26 \text{ m}$$

d)
Dalla figura b) in fondo al testo, imponiamo la statica lungo x e y, proiettando le forze sugli assi:

$$x: \qquad N_t = 0$$
$$y: \qquad N_n + T - Mg - (m_1 + m_2)g = 0$$

Dato che $\vec{T} = T\hat{j}$, $\vec{N_n} = N_n\hat{j}$, $\vec{N_t} = N_n\hat{i}$, $M\vec{g} = -Mg\hat{j}$ e $(m_1 + m_2)\vec{g} = -(m_1 + m_2)g\hat{j}$. Essendo la piattaforma omogenea, la forza peso relativa si applica al centro.
Scriviamo i momenti non nulli delle forze rispetto al polo B:

$$\vec{\tau}_T = lT\hat{k}$$

$$\vec{\tau}_M = -\frac{l}{2}Mg\hat{k}$$

$$\vec{\tau}_{(m_1+m_2)} = -d(m_1 + m_2)g\hat{k}$$

quindi, lungo l'asse z:

$$lT - \frac{l}{2}Mg - d(m_1 + m_2)g = 0$$

da cui:

$$T = 304 \text{ N}$$

e quindi:

$$N_n = 432 \text{ N}$$

Soluzione dell'esercizio 3

a)
Impostiamo un sistema di riferimento con y verso l'alto e l'asse x da sinistra verso destra. L'origine dell'asse y si trova sul pavimento, mentre quella dell'asse x in corrispondenza della palla. Troviamo le componenti della velocità sui due assi:

$$v_x = v\cos\alpha$$
$$v_y = v\sin\alpha$$

Scriviamo l'equazione per il moto lungo l'asse y:

$$h = h_0 + v_y t - \frac{1}{2}gt^2$$

Si tratta di una equazione di secondo grado le cui soluzioni sono:

$$t_+ = 1.04 \text{ s}$$
$$t_- = 0.196 \text{ s}$$

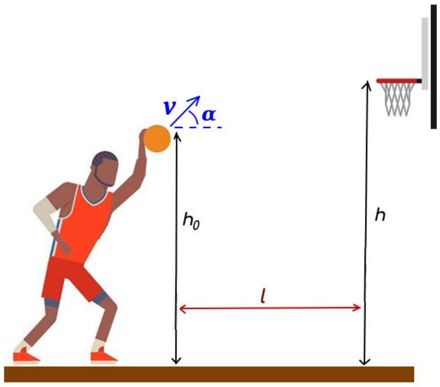

Figura 3

Durante la traiettoria, la palla arriva infatti ad una quota h per due volte. Sapendo che il canestro viene fatto con la palla in fase di discesa, si prende t_+.
Lungo l'asse x il moto è rettilineo uniforme:

$$l = v_x t_+ = 3.64 \text{ m}$$

b)

$$0 = v_y^2 - 2g\Delta h$$

$$\Delta h = \frac{v_y^2}{2g}$$

$$h_{max} = \Delta h + h_0 = 3.87 \text{ m}$$

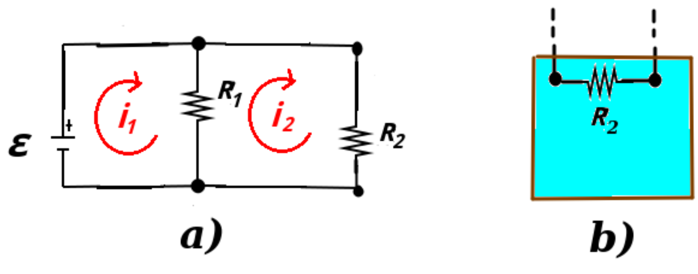

Figura 4

Soluzione dell'esercizio 4

a)
Applicando la seconda legge di Kirchhoff:

$$V - i_1 R_1 + i_2 R_1 = 0$$
$$i_1 R_1 - i_2(R_1 + R_2) = 0$$

Risolvendo il sistema:

$$i_1 = 2.20 \text{ A}$$
$$i_2 = 2.00 \text{ A}$$

b)
Utilizzando i risultati precedenti:

$$I_1 = i_1 - i_2 = 200 \text{ mA}$$
$$I_2 = i_2 = 2.00 \text{ A}$$

A questo risultato si poteva arrivare senza aver fatto il punto a) dell'esercizio, applicando la prima legge di Kirchhoff per due resistenze in parallelo. c)
La potenza termica dissipata per effetto Joule:

$$\mathcal{P} = I_2^2 R_2$$

Dalla definizione di potenza, l'energia termica totale sarà:

$$E_{th} = \mathcal{P}\Delta t$$

dove Δt è l'intervallo di tempo incognito.
Il calore assorbito dall'acqua (della quale, conoscendo la densità, si trova che la massa $m = 2.00$ kg):

$$Q = mc_a\Delta T$$

dove, c_a è il calore specifico massico dell'acqua e $\Delta T = 5°\text{C}$ (o anche 5°K, dato che una differenza di temperature può essere equivalentemente espressa in °Co in °K).

$$E_{th} = Q$$

da cui:

$$\Delta t = \frac{mc\Delta T}{I_2^2 R_2} = 105 \text{ s}$$

Soluzione dell'esercizio 5

a)

$$\vec{E} = -\frac{\Delta V}{d}\hat{\imath} = -1.00\text{V/m}\hat{\imath}$$

b)

$$\vec{F}_e = q * \vec{E} = 1.00 \cdot 10^{-14} \text{ N}\hat{\imath}$$

c)

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_e}{m} = -1.00 \cdot 10^{6} \text{ m/s}^2\hat{\imath}$$

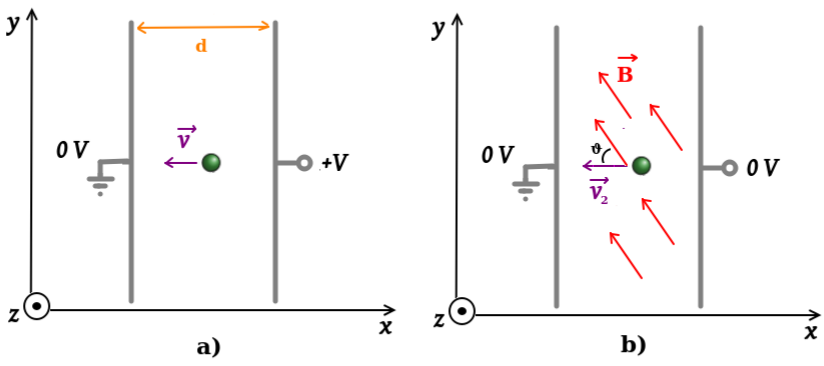

Figura 5

d)

$$v_2 = v_1 + at = 4.00 \text{ m/s}$$

e)

$$\vec{F}_L = q\vec{v} \wedge \vec{B} = -qvB\sin\theta\hat{k} = -3.46 \cdot 10^{-20} \text{ N}\hat{k}$$

f)
Indicando con a_c l'accelerazione centripeta:

$$\vec{F}_L = ma_c = m\frac{v_2^2}{R_c}$$

da cui:

$$R_c = \frac{mv_2^2}{F_L} = 4.62 \text{ m}$$

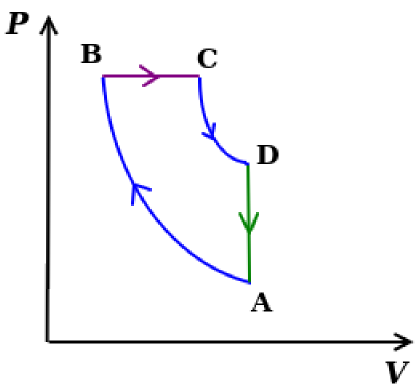

Figura 6

Soluzione dell'esercizio 6

a)
Convertiamo P_A in Pa e osserviamo che:

$$P_C = P_B$$
$$V_A = V_D$$

Il gas He è monoatomico, quindi troviamo in tabella che $C_V = \frac{3}{2}R$, $C_P = \frac{5}{2}R$ e $\gamma = \frac{5}{3}$. Sfruttando le adiabiatiche ($PV = costante$):

$$P_B = P_A \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^\gamma = 4.10 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$
$$P_D = P_C \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^\gamma = 2.34 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

b)
Dall'equazione di stato per i gas perfetti:

$$PV = nRT$$

si trova per ogni stadio:

$$T_A = 281°\text{K}$$
$$T_B = 494°\text{K}$$
$$T_C = 823°\text{K}$$
$$T_D = 658°\text{K}$$

c)
Per le adiabatiche, naturalemente Q è nullo. Per la altre:

$$Q_{BC} = nC_P (T_C - T_B) = 2.05 \cdot 10^2 \text{ kJ}$$
$$Q_{DA} = nC_V (T_A - T_D) = -1.14 \cdot 10^2 \text{ kJ}$$

d)

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{DA}|}{Q_{BC}} = 31\%$$
$$\eta_C = 1 - \frac{T_A}{T_C} = 66\%$$

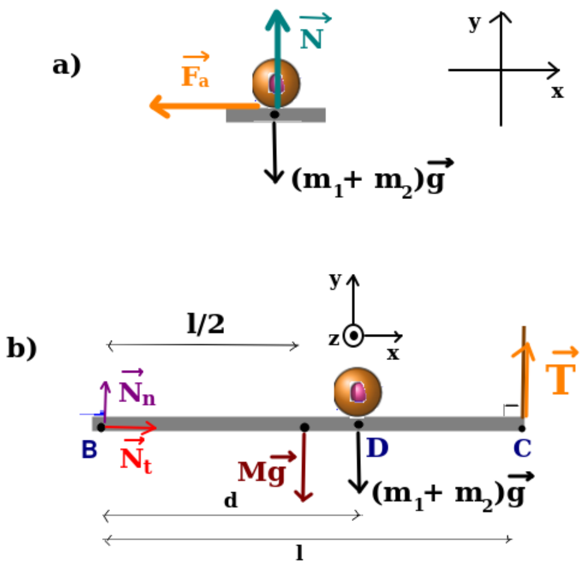
a)
$\vec{N}$
$\vec{F_a}$
y
x
$(m_1+ m_2)\vec{g}$
b)
l/2
y
z
x
$\vec{T}$
$\vec{N_n}$
B
$\vec{N_t}$
$M\vec{g}$
D
C
$(m_1+ m_2)\vec{g}$
d
l

Figura 7