Compito di Fisica
12/01/18 - Fila A

Istruzioni:

- scrivere sul foglio in modo chiaro nome, cognome, fila e anno di corso
- numerare le pagine
- si può usare una calcolatrice scientifica come unico strumento per fare i calcoli
- le $\star$ rappresentano i punti massimi acquisibili per ogni domanda di un esercizio (totale: 35 punti)
- fare particolare attenzione alle unità di misura e alla distinzione tra vettori e scalari (-0.5 punti ad errore)
- cercare di commentare lo svolgimento dell'esercizio e dimostrare di saper analizzare i risultati dei calcoli, soprattutto se ritenuti non corretti, in maniera critica
- evitare di scrivere elenchi di formule che non sono direttamente connesse con i passaggi usati per lo svolgimento
- scrivere il testo in Italiano o in Inglese
- fare attenzione al corretto numero di cifre significative nel presentare i risultati (si consiglia, facendo i conti, di arrotondare solo il risultato finale)

Soluzione dell'esercizio 1

a)

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{0.003}{1.205} = 0.0091 \rightarrow 0.9\%$$

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{4}{103} = 0.0388 \rightarrow 4\%$$

b)

$$I = (103 \pm 4)\ \text{mA} = (0.103 \pm 0.004)\ \text{A}$$

$$R = \frac{V}{I} = \frac{1.205\ \text{V}}{0.103\ \text{A}} = 11.699\ \Omega$$

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta I}{I} = 0.0777$$

$$\Delta R = \left(\frac{\Delta R}{R}\right) R = 0.9087\ \Omega$$

$$R = (11.699 \pm 0.9087)\ \Omega$$

Si porta al corretto numero di cifre significative l'errore:

$$R = (11.699 \pm 0.9)\ \Omega$$

Di conseguenza si arrotonda la misura in modo che non compiano cifre meno significative dell'errore:

$$R = (11.7 \pm 0.9)\ \Omega$$

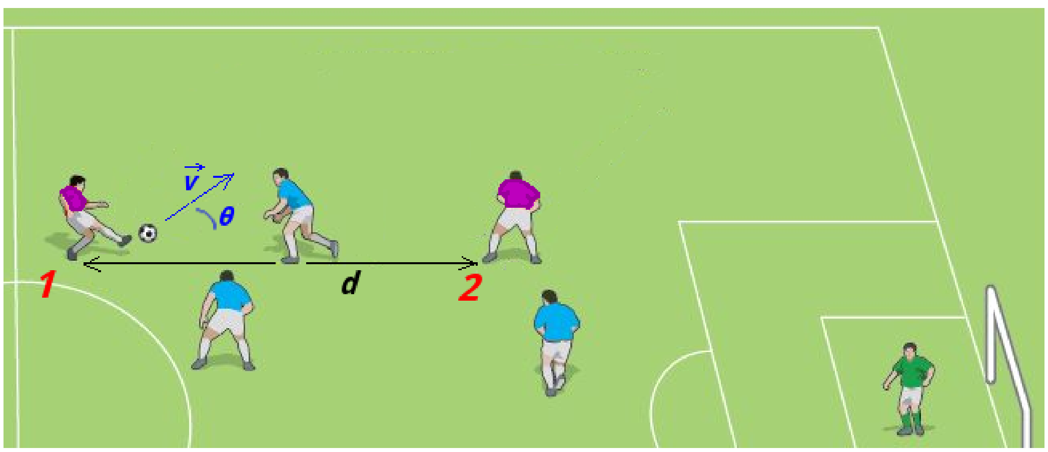

Figura 1

Soluzione dell'esercizio 2

Si converte i dati in unità SI:

$$m = 0.450\ \text{kg}$$
$$v = 18.1\ \text{m/s}$$
$$t = 3.00 \cdot 10^{-2}\ \text{s}$$

a)

Prendendo l'asse x parallelo al suolo e l'asse y perpendicolare al suolo, la velocità iniziale $\vec{v}$ del pallone al momento del lancio sarà:

$$\vec{v} = v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath}$$

dove

$$v_x = v\cos\theta v_y = v = \sin\theta$$

L'accelerazione che agisce è quella di gravità:

$$\vec{g} = -g\hat{j}$$

Si analizza il moto solo lungo l'asse y per trovare la quota h_m (il suolo ha quota 0 m). Dalle formule del moto uniformemente accelerato 1D, quella che fa più al caso nostro è questa:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2as$$

dove v_f è la velocità finale, v_i quella iniziale, a l'accelerazione e s lo spazio percorso. In corrispondenza della quota massima della traiettoria, la componente della velocità lungo l'asse verticale si annulla:

$$0 = (v \sin\theta)^2 - 2gh_m$$

$$h_m = \frac{(v \sin\theta)^2}{2g} = 6.87 \text{ m}$$

b)
Guardando sempre il moto lungo l'asse y abbiamo un moto uniformemente accelerato 1D. Troviamo il tempo t_m necessario perché il pallone abbia la componente di velocità lungo y uguale a 0 (cioè il tempo necessario a raggiungere quota massima):

$$v_f = v_i + at \quad \rightarrow$$
$$0 = v \sin\theta - gt_m$$

Il tempo di volo (ritorno alla quota iniziale, cioè quella del suolo) è $t_v = 2t_m$:

$$t_v = \frac{2v \sin\theta}{g} = 2.37 \text{ m}$$

Durante questo tempo, lungo l'asse x il pallone copre, con un moto rettilineo uniforme, una distanza (la gittata R):

$$R = v \cos\theta t_v$$

$$R = v \cos\theta \frac{2v \sin\theta}{g} = \frac{v^2}{g} \sin(2\theta) = 32.7 \text{ m}$$

Durante lo stesso tempo t_v, l'attaccante, che è partito insieme al pallone, deve coprire una distanza $(R - d)$. Quindi la sua velocità media che deve tenere è:

$$v_a = \frac{R - d}{t_v}$$

Sostituendo i valori numerici:

$$v_a = 5.38 \text{ m/s} \quad (19.4 \text{ km/h})$$

c)
Applicando il teorema dell'impulso:

$$\vec{j} = \Delta\vec{q}$$

Proiettando i vettori lungo la direzione di $\vec{v}$, si ha che il pallone è inizialmente fermo e dopo il calcio ha acquistato una velocità di modulo v. Quindi:

$$\Delta q = mv - m0 = mv$$

Per la definizione di impulso:

$$j = \langle F \rangle \Delta t$$

dove $\langle F \rangle$ è la forza media esercitata dal piede sul pallone. Quindi:

$$\langle F \rangle = \frac{mv}{\Delta t} = 271 \text{ N}$$

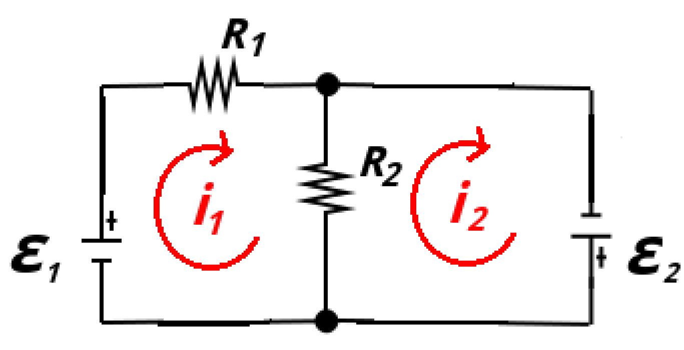

Figura 2

Soluzione dell'esercizio 3

a) Scegliendo un verso positivo come orario per le correnti di maglia:

$$\begin{cases} \epsilon_1 - i_1 R_1 - i_1 R_2 = 0 \\ \epsilon_2 - i_2 R_2 + i_1 R_2 = 0 \end{cases}$$

$$i_1 = 26.0 \text{ mA}$$
$$i_2 = 76.0 \text{ mA}$$

b)

$$\mathcal{P} = i_1^2 R_1 = 3.38 \text{ W}$$

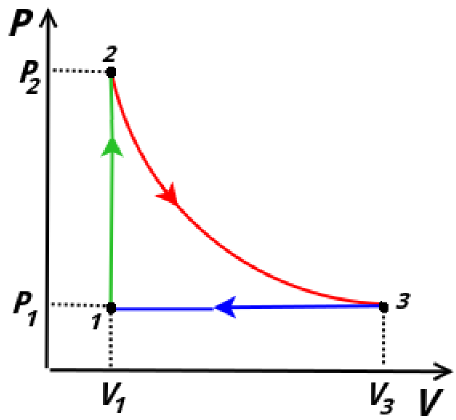

Figura 3

Soluzione dell'esercizio 4

Essendo il gas monoatomico:

$$C_v = \frac{3}{2}R$$
$$C_p = \frac{5}{2}$$

a) Essendo una isocora: $V_1 = V_2$.
Si scrive l'equazione di stato dei gas perfetti $PV = nRT$ per il punto 1 e il punto 2, ricavando così le temperature:

$$T_1 = \frac{P_1 V_1}{nR} = 3.01 \cdot 10^{3} {}^\circ\mathrm{K}$$
$$T_2 = \frac{P_1 V_1}{nR} = 6.02 \cdot 10^{3} {}^\circ\mathrm{K}$$

$$Q_{12} = nC_v(T_2 - T_1) = 37.5 \text{ kJ}$$

b) Sappiamo che $P_3 = P_1$.
In una isoterma nRT è sostante, quindi $PV = costante$ su tutta la trasformazione:

$$P_2 V_1 = P_1 V_3$$

$$V_3 = 1.00 \text{ m}^3$$

Dal primo principio, essendo $\Delta U = 0$, $Q = L$:

$$L = \int P dV$$

sostituendo P trovato con la legge dei gas perfetti:

$$L = \int nrT \frac{dV}{V}$$

nRT sono costanti in una isoterma:

$$L = nrT \int \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$$

dove V_f e V_i sono i volumi iniziali e finali. Quindi:

$$Q_{23} = L_{23} = nRT_2 \ln \frac{V_3}{V_1} = 34.7 \text{ kJ}$$

c)

$$Q_{31} = nC_p(T_1 - T_2) = -6.25 \text{ kJ}$$

d) I calori assorbiti sono quelli positivi:

$$Q_{ass} = Q_{12} + Q_{23} = 72.2 \text{ kJ}$$

Quello ceduto dal sistema i negativi:

$$Q_{ced} = Q_{31} = -62.5 \text{ kJ}$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{ced}|}{Q_{ass}} = 13.4\%$$

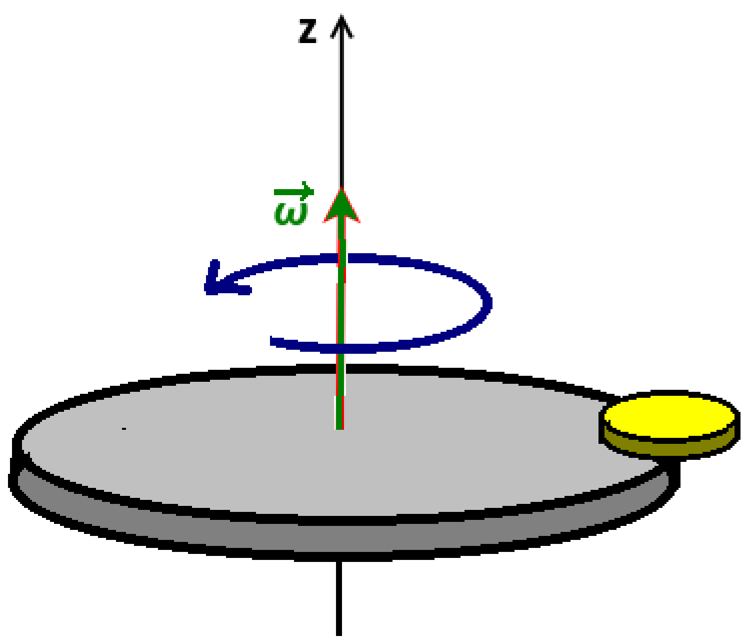

Figura 4

Soluzione dell'esercizio 5

a)

$$v_t = \omega R = 3.00 \text{ m/s}$$
$$a_t = \omega^2 R = 45 \text{ m/s}^{-2}$$

b) Si applica il teorema di Huygns-Steiner per trovare la parte di momento di inerzia del gettone:

$$I = \underbrace{\frac{1}{2}MR^2}_{I_{disco}} + \underbrace{\frac{1}{2}mr^2 + mR^2}_{I_{gettone}} = 3.60 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

c) Il momento di inerzia finale dopo lo spostamento del gettone al centro è:

$$I_f = \underbrace{\frac{1}{2}MR^2}_{I_{disco}} + \underbrace{\frac{1}{2}mr^2}_{I_{gettone}} = 2.00 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

Essendo questo spostamento dovuto solo a forze interne, il momento angolare lungo l'asse z $L_z = I_z\omega$ si conserva:

$$I\omega = I_f\omega_f$$

$$\omega_f = \omega_i \frac{I}{I_f} = 27.0 \text{ rad/s}$$

Relazioni utili

Meccanica e Termodinamica

- *accelerazione di gravità media sulla superficie terrestre*
  g=9.807 m/s^2

Momenti di Inerzia baricentrici di solidi omogenei:

- Cilindro di raggio r: $I_{bc} = \frac{1}{2}mr^2$

- calore specifico dell'acqua $c_a = 4.186$ kJ/(kg°K)
- calore specifico ghiaccio $c_g = 2.093$ kJ/(kg°K)
- calore latente di fusione ghiaccio $\mathcal{L} = 333$ kJ/kg
- 1 cal = 4.186 J

- $\eta = \frac{L}{Q_{as}}$
- $R = 8.31$ Jmol^{-1}K^{-1}

gas perfetto	n_l	C_V/R	C_P/R	$\gamma = C_P/C_V$
monoatomico	3	3/2	5/2	5/3
biatomico	5	5/2	7/2	7/5
poliatomico	6	3	4	4/3

Elettromagnetismo e Ottica

- permittività elettrica del vuoto: $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$ $C^2N^{-1}m^{-2}$
- costante di Coulomb: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.988 \cdot 10^9$ Nm^2C^{-2}
- permeabilità magnetica del vuoto: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ TmA^{-1}
- massa dell'elettrone: $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg
- carica del protone: $e = 1.60 \cdot 10^{-19}$ C
- velocità della luce nel vuoto $c = 3.00 \cdot 10^8$ m/s