

$$T(r) = T_i + \frac{\Delta T}{\ln(R_e/R_i)} \ln\left(\frac{r}{R_i}\right) \quad \Delta T = T_e - T_i$$

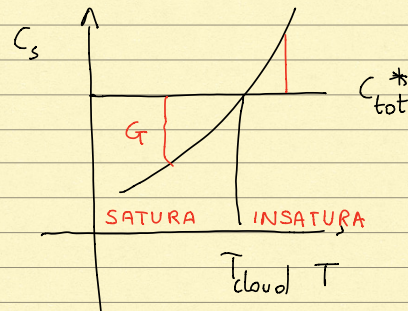
Profilo stazionario

- $c_{tot}(r,t)$ concentr. totale di cera solido + disciolto
- $c_{tot}^* = c_{tot}(r,0)$ " " " a $t=0$
- $c(r,t)$ " di cera disciolto
- $G(r,t)$ " di cera segregata
- $C_s(T)$ Solubilità (è una curva data sperimentalmente)

$$G(r,t) = (c'_{tot}(r,t) - C_s(T))_+ \quad c(r,t) = \min\{c_{tot}(r,t); C_s(T)\}$$

$$c_{tot}(r,t) = G(r,t) + c(r,t)$$

Abbiamo che $c_{tot}^* = C_s(T_{cloud})$



APPROSSIMAZIONE di C_s mediante una n -th

λ calore latente

$$C_s(T) = C_s(T_d) \exp\left\{-\frac{\lambda}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{cloud}}\right)\right\}$$

formula di di supplemento/solid.

Arrhenius

R costante universale

$$C_s'(T) = C_s(T_d) \exp\left\{ \dots \right\} \frac{\lambda}{RT^2}$$

$$C_s''(T) = C_s(T_d) \exp\left\{ \dots \right\} \left[\frac{\lambda^2}{R^2 T^4} - \frac{2\lambda}{RT^3} \right] = C_s(T_d) \exp\left\{ \dots \right\} \left[\frac{\lambda}{RT} - 2 \right] \frac{\lambda}{RT^3}$$

Sviluppo con Taylor al 2° ordine su T_d .

$$C_s(T) = C_s(T_d) + \underbrace{\frac{\lambda}{RT_d^2} C_s(T_d)}_{\text{ordine 1}} (T - T_{\text{cloud}}) + C_s(T_d) \underbrace{\left[\frac{\lambda}{RT_d} - 2 \right] \frac{\lambda}{RT_d^3} \frac{(T - T_{\text{cloud}})^2}{2}}_{\text{ordine 2}} + \dots$$

$$\psi = \frac{\text{ordine 2}}{\text{ordine 1}} = O(10^{-2}) = (T - T_{\text{cloud}}) \frac{\left[\frac{\lambda}{2RT_d} - 1 \right] \frac{\lambda}{RT_d^3}}{\lambda / RT_d^2}$$

$$|\psi| = \left| \frac{(T - T_{\text{cloud}})}{T_{\text{cloud}}} \left(\frac{\lambda}{2RT_{\text{cloud}}} - 1 \right) \right|$$

$$\lambda = \frac{22.6 \cdot 10^3 \text{ J}}{\text{kg}}$$

$$R = \frac{287.05 \text{ J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$|\psi| = O(10^{-2}) \quad T_{\text{cloud}} \approx 300 \text{ K} (\approx 27 \text{ }^\circ\text{C})$$

$$\max |T - T_{\text{cloud}}| = 290 \text{ K}$$

\Rightarrow posso approssimare

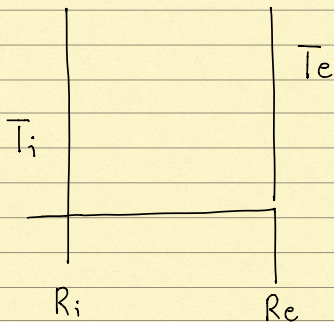
$C_s(T)$ con una retta

$$C_s(T) = C_s(T_i) + b_w (T - T_i)$$

$$b_w = \frac{dC_s}{dT}$$

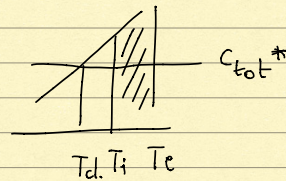
gradiente di solubilità

incognita



(C1). $T_i > T_{\text{cloud}}$

$T_e > T_i > T_{\text{cloud}}$



Nel caso C1 non \exists porofino segregata

$$C_{tot}^* = C(r,0)$$

Il flusso diffusivo di paraffina disciolta è $\underline{j} = -D_w \nabla C$

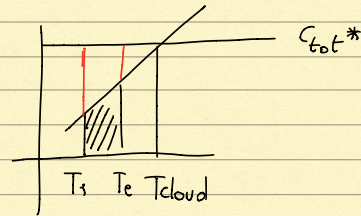
\underline{j} è inizialmente = 0 nel caso C1 \Rightarrow non diffonde NIENTE!

(In questo caso non ho deposizione.)

C2. $T_i < T_e < T_{cloud}$ In questo caso ovunque in $[R_i, R_e]$ è presente la cera segregata

$$C_{tot}^* = C(r,0) + C_s(T)$$

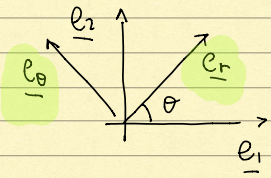
$$C(r,0) = C_s(T(r))$$



In questo caso $\underline{j} = -D_w \nabla C = -D_w \frac{\partial}{\partial r} (C_s(T)) \underline{e}_r$

$$C(r,t) \quad \nabla C = \frac{\partial C}{\partial r} (r,t) \underline{e}_r$$

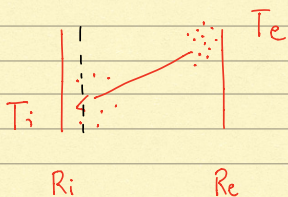
$$\underline{j} = -D_w \frac{dC_s}{dT} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \underline{e}_r$$



$$\underline{j} = -D_w b_w \frac{\partial T}{\partial r} \underline{e}_r$$

$$T = T_i + \frac{(T_e - T_i)}{\ln(R_e/R_i)} \ln\left(\frac{r}{R_i}\right)$$

$$\underline{j} = -D_w b_w \frac{(T_e - T_i)}{\ln(R_e/R_i)} \frac{1}{r} \underline{e}_r \quad \text{flusso nel caso C2}$$



Oss. la velocità di crescita del deposito (per unità di superficie)

$$\dot{m}_w(t) = -\underline{j} \cdot \underline{e}_r \Big|_{r=R_i}$$

$$\dot{m}_w(t) = D_w b_w \frac{(T_e - T_i)}{\ln(R_e/R_i)} \frac{1}{R_i} \quad (\text{Costante}) \quad \left(\begin{array}{l} \text{Legge di crescita del} \\ \text{deposito in regime di} \\ \text{soluzione del cold finger} \end{array} \right)$$

In questo regime

$$m_w(t) = D_w b_w \frac{(T_e - T_i)}{\ln(R_e/R_i)} \frac{t}{R_i}$$

I parametri da determinare sono b_w, D_w

METODO PER LA DETERMINAZIONE di b_w

Deposito è formato da cera solida ma anche da olio intropolato

Il deposito totale è dunque

$$m(t) = m_w(t) + m_o(t)$$

$$\phi = \frac{m_w(t)}{m(t)} \in (0,1)$$

$$m(t) = \phi m(t) + m(t)(1 - \phi)$$

Solitamente ϕ è piccolo

$$[m] = \frac{\text{mosso}}{\text{superficie}}$$

Definiamo $M(T_i)$ come lo mosso (p.v. di sup.) "ASINTOTICA" di deposito (Asintotico significa che sostanzialmente sta misurando il deposito ad un tempo $t \gg 1$)

$$M(T_i) = \underbrace{\phi M(T_i)}_{M_w(T_i)} + \underbrace{(1 - \phi) M(T_i)}_{M_o(T_i)}$$

$M_w(T_i)$ deve essere uguale allo differenziale di quanto cera avevo all'inizio e quanto ne ho allo fine ($t \gg 1$)

$$M_w(\bar{T}_i) = (C_{tot}^* - C_s(\bar{T}_i)) \frac{\cancel{\pi R_i} (R_e^2 - R_i^2)}{2\cancel{\pi R_i} H} \begin{matrix} \text{(Volume CF)} \\ \text{(Superficie CF)} \end{matrix}$$

$C_s(\bar{T}_i)$ è la concentrazione Asintotico di cera allo parete $C_s(\bar{T}_i)$

$$M_w(\bar{T}_i) = (C_{tot}^* - C_s(\bar{T}_i)) \frac{(R_e^2 - R_i^2)}{2R_i} \quad C_{tot}^* = C_s(T_{cloud})$$

$$C_s(T_{cloud}) - C_s(\bar{T}_i) = b_w (T_{cloud} - \bar{T}_i)$$

$$M_w(\bar{T}_i) = b_w (T_{cloud} - \bar{T}_i) \frac{(R_e^2 - R_i^2)}{2R_i}$$

Se scelgo 2 temp. \bar{T}_{i1} \bar{T}_{i2}

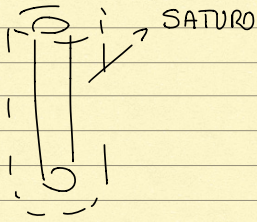
$$\left. \begin{aligned} M_w(\bar{T}_{i1}) &= b_w (T_{cloud} - \bar{T}_{i1}) \frac{(R_e^2 - R_i^2)}{2R_i} \\ M_w(\bar{T}_{i2}) &= b_w (T_{cloud} - \bar{T}_{i2}) \frac{(R_e^2 - R_i^2)}{2R_i} \end{aligned} \right\} \text{Sottr.}$$

$$M_w(\bar{T}_{i1}) - M_w(\bar{T}_{i2}) = b_w (\bar{T}_{i2} - \bar{T}_{i1}) \frac{R_e^2 - R_i^2}{2R_i}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} b_w &= \frac{M_w(\bar{T}_{i1}) - M_w(\bar{T}_{i2})}{(\bar{T}_{i2} - \bar{T}_{i1})} \frac{2R_i}{(R_e^2 - R_i^2)} \\ b_w &= \frac{\phi(\Pi(\bar{T}_{i1}) - \Pi(\bar{T}_{i2}))}{(\bar{T}_{i2} - \bar{T}_{i1})} \frac{2R_i}{(R_e^2 - R_i^2)} \end{aligned} \right\}$$

Metodo per determinare D_w

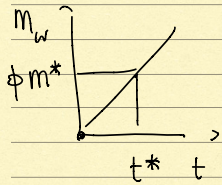
Sappiamo che fino a che il CF è saturato dalla cera in prossimità del CF



$$\dot{m}_w = D_w b_w \frac{(T_e - T_i)}{\ln(R_e/R_i)} \cdot \frac{1}{R_i} = \text{Costante}$$

Se faccio uno misura di deposito nella fase di saturazione int. al cold finger, ossia misura la massa m^* all' ist. t^*

$$\dot{m}_w = \frac{m^* \phi}{t^*} = D_w b_w \frac{(T_e - T_i)}{\ln(R_e/R_i)} \cdot \frac{1}{R_i}$$



$$\Rightarrow D_w = \frac{m^* \phi \ln(R_e/R_i) R_i}{t^* b_w (T_e - T_i)} \quad \left(\begin{matrix} b_w \\ D_w \end{matrix} \right)$$

Possiamo determinare anche T_{cloud}

$$C_{tot}^* = C_s(T_{cloud})$$

$$C_{tot}^* = C_s(T_{cloud}) = C_s(T_i) + b_w (T_{cloud} - T_i)$$

$$C_{tot}^* - C_s(T_i) = b_w (T_{cloud} - T_i)$$

Ricordiamo però che $\Pi_w(T_i) = (C_{tot}^* - C_s(T_i)) \cdot \frac{(R_e^2 - R_i^2)}{2R_i}$

$$\frac{\Pi_w(T_i) 2R_i}{(R_e^2 - R_i^2)} = b_w (T_{cloud} - T_i) \Rightarrow T_{cloud} = T_i + \frac{\phi \Pi(T_i) 2R_i}{b_w (R_e^2 - R_i^2)}$$

Mediante misure di
massa ho determinato
 D_w, b_w, T_{cloud}

(b_w, T_{cl}) misure asintotiche

D_w misure in regime di saturaz. del CF

$$\phi = \frac{m_w(t)}{m(t)} \text{ costante}$$
