

COMPITO SCRITTO di **ANALISI MATEMATICA I**,
CdS in Fisica e Astrofisica, 17 giugno 2019

Esercizio 1. (a) Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$15x^{21} + 1 = 21x^{15}.$$

(b) Dimostrare che ogni soluzione appartiene all'intervallo $[-2; 2]$.

Esercizio 2. Si consideri la funzione

$$F(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt.$$

- (a) Stabilire il dominio di F e la sua regolarità.
- (b) Scrivere lo sviluppo di Taylor di F al terzo ordine.
- (c) Calcolare

$$\int_0^{\frac{1}{2}} e^{-t^2} dt,$$

con un errore inferiore a 2×10^{-2} .

Esercizio 3. Sia $\{a_n\}$ una successione numerica. Si considerino le seguenti affermazioni:

$$(A) \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \text{ converge;} \quad (B) \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n a_n \text{ converge;} \quad (C) \sum_{n=1}^{+\infty} a_{3n} \text{ converge.}$$

- (i) Stabilire che relazioni sussistono tra le affermazioni (A), (B), (C) quando $a_n \geq 0$;
- (ii) Stabilire che relazioni sussistono tra le affermazioni (A), (B), (C) nel caso generale.

Dimostrare le eventuali implicazioni, oppure mostrare con dei controesempi che non c'è relazione tra le affermazioni.

Esercizio 4. Si risolva il seguente integrale

$$\int_2^3 \frac{\arctan(\sqrt{x})}{(x-1)^2} dx.$$