Lezione del 14 ottobre 2019

La propagazione della luce è governata dalle eq. di Maxwell, tuttavia gli effetti tipicamente ondulatori (interferenza, diffrazione) si osservano solo quando la lunghezza d'onda λ è comparabile con le dimensioni d degli oggetti con cui interagisce.

Se invece $\lambda << d$ si può usare l'approssimazione della OTTICA GEOMETRICA secondo cui i fenomeni ottici si possono descrivere assumendo che la luce si propaghi in linea retta.
L'ottica geometrica sfrutta il concetto di RAGGIO LUMINOSO:

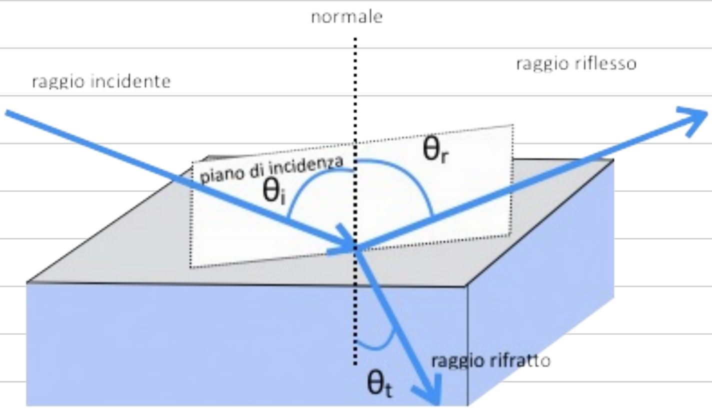
i raggi luminosi sono rette perpendicolari ai fronti d'onda e corrispondono alla direzione di propagazione della luce.

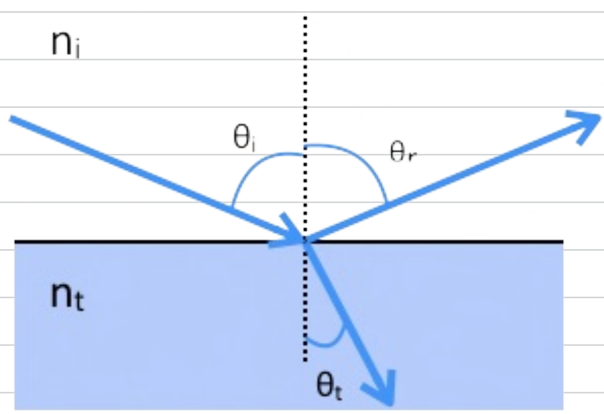
L'ottica geometrica si basa fondamentalmente su 3 leggi:

La I^a LEGGE DELL'OTTICA GEOMETRICA dice che in un mezzo omogeneo i raggi luminosi si propagano in linea retta

Le altre 2 leggi dell'ottica geometrica riguardano quello che accade quando un raggio luminoso incontra la superficie di separazione fra due mezzi diversi (che hanno indice di rifrazione $n = c/v$ diverso): si hanno due fenomeni

- RIFLESSIONE
- RIFRAZIONE (TRASMISSIONE)





Per il raggio riflesso e per quello rifratto valgono le seguenti altre 2 leggi dell'ottica geometrica:

II^a LEGGE DELL'OTTICA GEOMETRICA: all'interfaccia fra due mezzi con diverso indice di rifrazione, la luce viene parzialmente riflessa. Detto PIANO DI INCIDENZA il piano individuato dal raggio incidente e dalla normale alla superficie di separazione dei due mezzi, se il raggio incidente forma un'angolo θ_i con la normale, allora anche il raggio riflesso giace nel piano di incidenza e forma con la normale un'angolo θ_r tale che

$$\boxed{\theta_r = \theta_i}$$

III^a LEGGE DELL'OTTICA GEOMETRICA: all'interfaccia fra due mezzi con diverso indice di rifrazione, la luce viene parzialmente rifratta (trasmessa). Il raggio luminoso rifratto giace anch'esso nel piano di incidenza e forma con la normale un angolo θ_t tale che vale la relazione

$$\boxed{n_i \sin\theta_i = n_t \sin\theta_t}$$

detta anche LEGGE DI SNELL

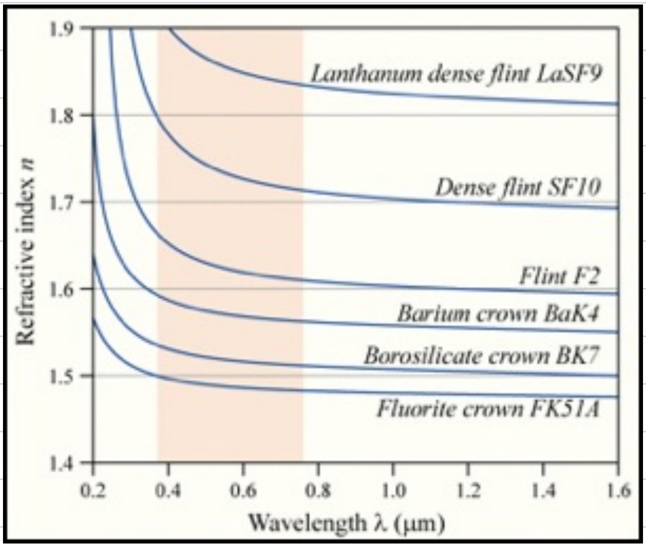
n_i e n_t sono gli INDICI DI RIFRAZIONE dei 2 mezzi e dipendono dalle loro proprietà elettromagnetiche e dalla lunghezza d'onda λ

$$n = \frac{c}{v} \qquad n = n(\lambda) \text{ DISPERSIONE}$$

n_i e n_t sono gli INDICI DI RIFRAZIONE dei due mezzi e dipendono dalle loro proprietà elettromagnetiche e dalla lunghezza d'onda λ

$n = \frac{c}{v}$ dove v è la velocità con cui la luce si propaga nel mezzo.

Il fenomeno per cui n dipende da λ si chiama DISPERSIONE. L'indice di rifrazione diminuisce al crescere della lunghezza d'onda λ



in figura l'andamento dell'indice di rifrazione in funzione della lunghezza d'onda per alcuni materiali

Le leggi dell'ottica geometrica discendono da un principio enunciato nel 1662 dal matematico francese Pierre de Fermat.

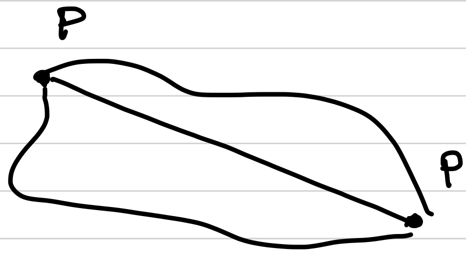
Il PRINCIPIO DI FERMAT afferma che la luce ad una data frequenza si propaga da un punto all'altro lungo il percorso che richiede il minor tempo possibile

Chiamando il prodotto $n d$ (dove n è l'indice di rifrazione e d la distanza percorsa) CAMMINO OTTICO, una formulazione equivalente del principio di Fermat è quella che afferma che la luce si propaga da un punto all'altro lungo il cammino ottico minimo.

Il principio di Fermat è in realtà un caso particolare di un principio noto in Fisica come PRINCIPIO DELLA AZIONE MINIMA o PRINCIPIO VARIAZIONALE DI HAMILTON che dice che l'evoluzione temporale di un sistema fisico tra due istanti dello spazio delle configurazioni è un punto stazionario per l'azione (E·t), solitamente un punto di minimo, per piccole perturbazioni della traiettoria percorsa

Dal principio di Fermat discende anche il PRINCIPIO DI REVERSIBILITÀ DEL CAMMINO OTTICO secondo cui invertendo il verso di propagazione della luce il percorso non cambia, infatti il tempo impiegato per andare da un punto P ad un punto P' non dipende dal verso di percorrenza.

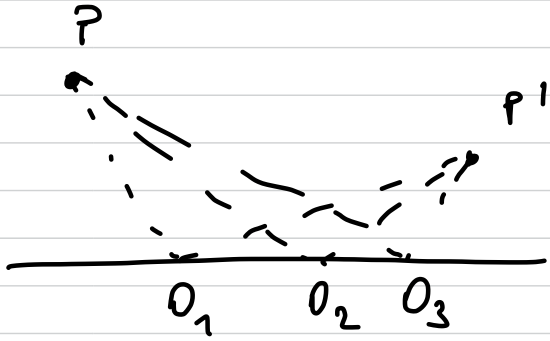
- Dal principio di Fermat discende la I legge dell'ottica geometrica. Infatti in un mezzo omogeneo il percorso che richiede il minor tempo possibile è anche quello più breve dato che



$$s = vt$$

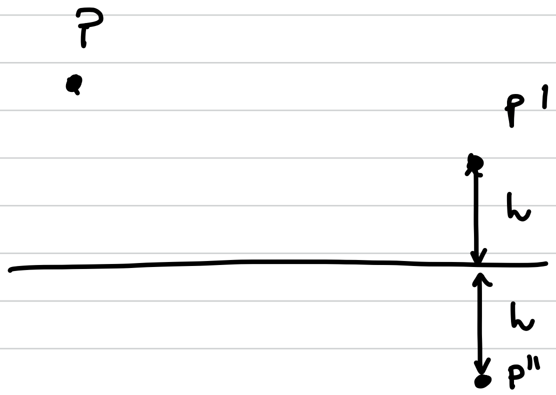
e il percorso più breve è la linea retta. Ne segue quindi che in un mezzo omogeneo la luce si propaga in linea retta.

- Dal principio di Fermat deriva anche che l'angolo di riflessione θ_r e quello di incidenza θ_i sono uguali. Infatti consideriamo di avere un raggio luminoso che parta da P, si rifletta sulla superficie di separazione fra 2 mezzi e si rifletta in P'

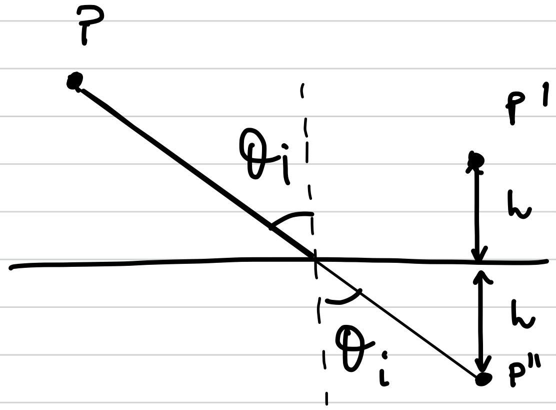


E chiediamoci quale fra i possibili percorsi fatti di 2 tratti rettilinei $\overline{PO_i}$ è quello che corrisponde a minimizzare il tempo di percorrenza.

Costruiamo il simmetrico del punto P' nel secondo mezzo P''

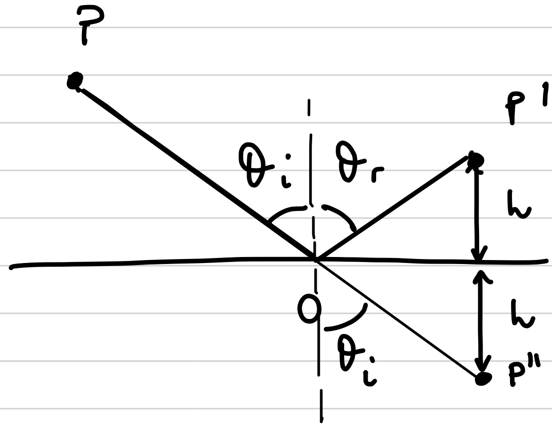


e ragioniamo come se il secondo mezzo fosse uguale al primo. Il percorso da P per andare in P'' che soddisfa il principio di Fermat ovviamente è la linea retta



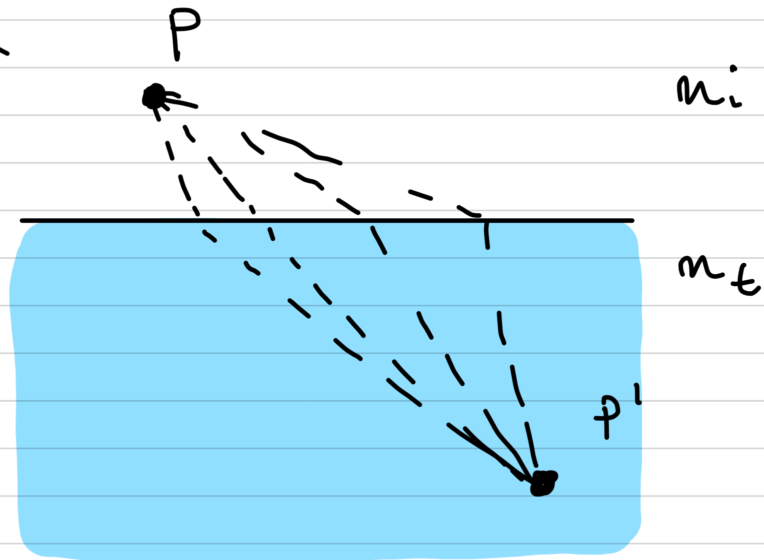
e quindi tornando al problema di partenza si ottiene immediatamente la condizione

$$\theta_r = \theta_i$$

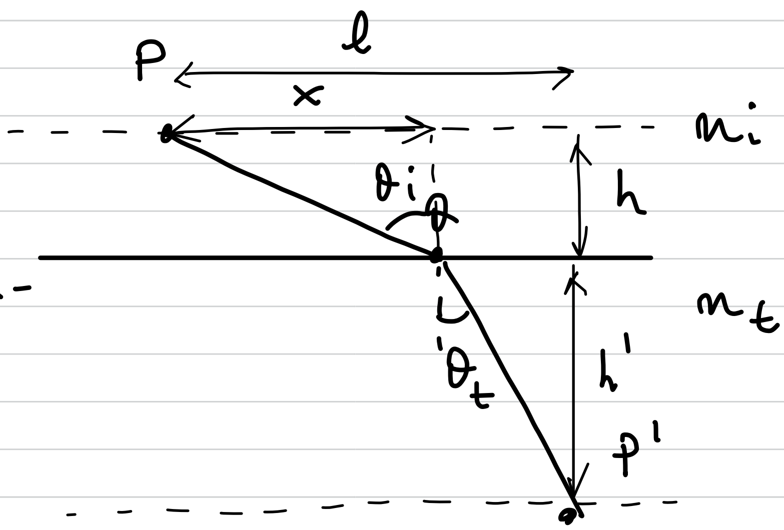


- Infine dal principio di Fermat si ottiene anche la legge di Snell per la propagazione del raggio rifratto. Supponiamo di avere un raggio luminoso che parte da P nel mezzo con indice di rifrazione n_i e raggiunge P' nel mezzo con indice di rifrazione n_t.

Ci chiediamo quale dei tanti possibili percorsi fatti di due tratti rettilinei nei due mezzi sia quello che rende minimo il tempo di percorrenza.



Consideriamo un percorso generico come quello mostrato in figura.



Il tempo di percorrenza sarà:

$$t = \frac{PQ}{v_i} + \frac{QP'}{v_t}$$

dove $v_i = \frac{c}{n_i}$ e $v_t = \frac{c}{n_t}$ sono le velocità della luce nei due mezzi.

Si ha poi

$$PQ = \sqrt{x^2 + h^2} \qquad P'Q = \sqrt{(l-x)^2 + h'^2}$$

da cui:

$$t = \frac{\sqrt{x^2+h^2}}{c} \cdot n_i + \frac{\sqrt{(l-x)^2 + h'^2}}{c} \cdot n_t$$

Per soddisfare il principio di Fermat quindi si calcola

$$\frac{dt}{dx} = 0$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{2} \frac{2x}{c\sqrt{x^2+h^2}} n_i - \frac{1}{2} \frac{2(l-x)}{c\sqrt{(l-x)^2+h'^2}} n_t = 0$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+h^2}} n_i - \frac{l-x}{\sqrt{(l-x)^2+h'^2}} n_t = 0$$

d'altra parte

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+h^2}} = \sin\theta_i$$

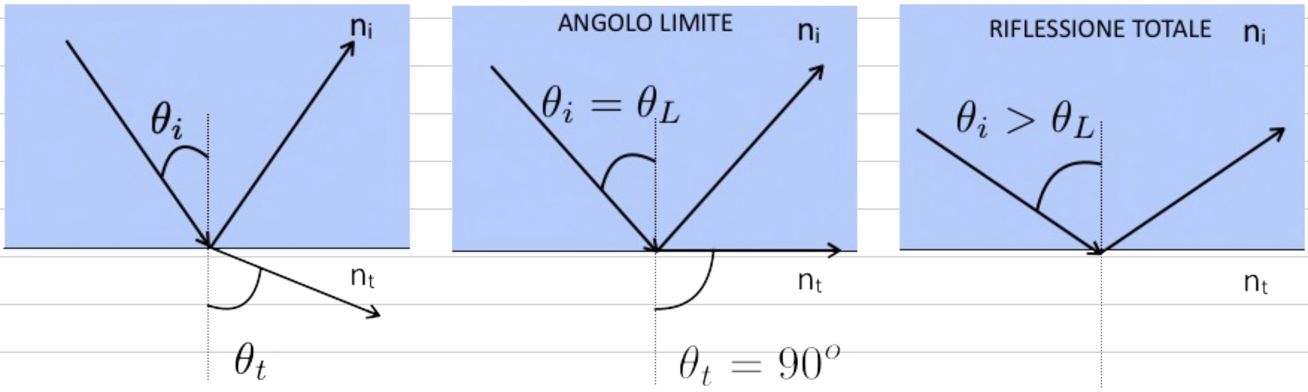
$$\frac{l-x}{\sqrt{(l-x)^2+h'^2}} = \sin\theta_t$$

e quindi si ottiene la legge di Snell

$$n_i \sin\theta_i = n_t \sin\theta_t$$

ANGOLO LIMITE e RIFLESSIONE TOTALE: Dalla legge di Snell segue che se la luce passa da un mezzo con indice di rifrazione maggiore ad un mezzo con indice di rifrazione minore ($n_i > n_t$), allora esiste un angolo di incidenza limite θ_L

al di sopra del quale la luce viene totalmente riflessa. L'angolo limite è quell'angolo per cui la luce rifratta forma un angolo di 90° con la normale



$$n_i \sin\theta_L = n_t \sin(\pi/2)$$

$$\boxed{\theta_L = \arcsin\left(\frac{n_t}{n_i}\right)}$$