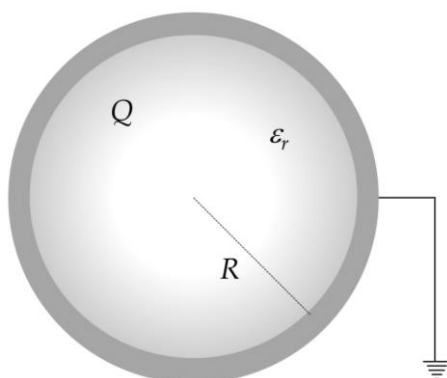


Un sistema è composto da un guscio di metallo che contiene una sfera di materiale dielettrico omogeneo, lineare e isotropo. Sia il raggio della sfera di dielettrico $R = 12.5$ cm e la sua costante dielettrica relativa $\epsilon_r = 2$. Nel dielettrico è uniformemente distribuita una carica $Q = 1.5 \cdot 10^{-7}$ C, e il guscio di metallo è collegato a terra.

- Ricavare l'espressione del campo elettrico e del potenziale in funzione della distanza dal centro della sfera. Calcolare il valore del potenziale al centro della sfera.
- Quanto vale la densità di carica superficiale presente sul conduttore per induzione e dove si localizza.
- Si determinino le cariche di polarizzazione superficiali presenti sul dielettrico.
- Nel dielettrico è presente anche una densità di carica di polarizzazione volumetrica. Sapendo che questa ha un valore costante in tutto il dielettrico, si determini la sua espressione e il suo valore.



Soluzioni:

a) Per $r > R$: $\vec{E} = 0$ e $V = 0$; per $0 < r < R$: $\vec{E} = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r 4\pi R^3} r \hat{r}$ e $V = \frac{1}{2} \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r 4\pi R^3} (R^2 - r^2)$;
 per $r = 0$ abbiamo $V = \frac{1}{2} \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r 4\pi R} = 2.7 \cdot 10^3$ V.

b) La carica si localizza sulla superficie interna del conduttore e vale:

$$\sigma = -\frac{Q}{4\pi R^2} = -7.6 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2.$$

c) La carica superficiale di polarizzazione vale $\sigma_p = \frac{(\epsilon_r - 1)}{\epsilon_r} \frac{Q}{4\pi R^2} = 3.8 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}^2$.

d) La densità di carica di polarizzazione vale $\rho_p = -\frac{(\epsilon_r - 1)}{\epsilon_r} \frac{3Q}{4\pi R^3} = -9.2 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^3$.

Il calcolo si può svolgere in due modi: - Si può ottenere considerando che la carica totale di polarizzazione è nulla: $Q_p = \int_S \sigma_p ds + \int_V \rho_p dv = 0$; oppure dalla definizione di $\rho_p = -\nabla \cdot \vec{P}$.

Un circuito piano di lato $a = 3$ cm, resistenza $R = 2 \Omega$ e induttanza trascurabile è immerso in un campo \vec{B} uniforme perpendicolare al piano del circuito. Un lato, \overline{PQ} , del circuito è mobile e viene fatto oscillare con la legge $x(t) = a + b \cos(\omega t)$, dove x rappresenta la posizione istantanea del lato mobile e $b = 5$ mm. Si assumano attriti trascurabili.

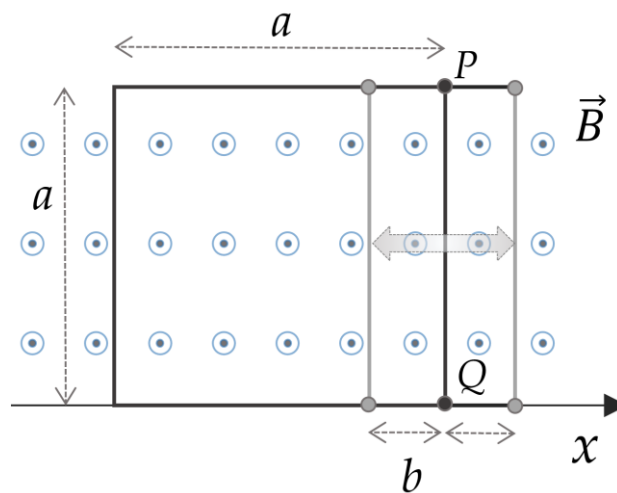
a) Sia $Q = 10^{-7}$ C la carica circolata nella spira fra $t = t_1 = 0$ e $t = t_2 = \pi/\omega$.

- Si determini il modulo del campo di induzione \vec{B} .

- Si riportino in grafico gli andamenti del flusso di \vec{B} e della corrente indotta in funzione di ωt , indicando in ordinate le espressioni delle ampiezze. Si specifichi il verso di circolazione della corrente indotta nel circuito al variare di ωt .

b) Si analizzi la forza agente sul lato mobile, \overline{PQ} , prodotta dal campo \vec{B} ; se ne valuti direzione, verso e modulo all'istante $t^* = 240$ ms, assumendo una frequenza di oscillazione $f = 1.6$ Hz.

c) Si determini la potenza meccanica fornita dal motore che fa oscillare il lato mobile. Se ne calcoli il valore numerico all'istante t^* di cui sopra, utilizzando lo stesso valore di f .



Soluzioni:

$$a) B = \frac{QR}{2ab} = 6.7 \cdot 10^{-4} \text{ T};$$

$$b) \vec{F}(t^*) = \frac{(Ba)^2 b \omega \sin(\omega t^*)}{R} \hat{x} = 6.8 \cdot 10^{-12} \text{ N}, \text{ con } \omega = 10.05 \text{ rad/s e } \omega t^* = 2.41 \text{ rad}.$$

Essendo $\pi/2 < \omega t^* < \pi$, il lato \overline{PQ} si sta muovendo verso sinistra e con coordinata $< a$, la corrente circola in senso antiorario);

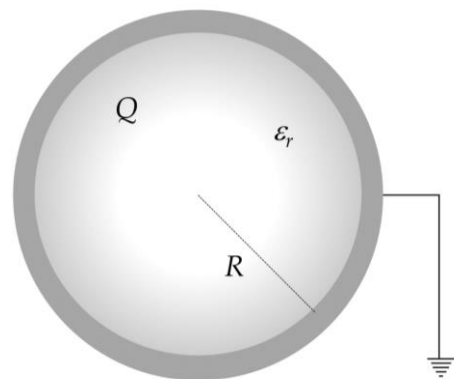
$$c) P(t^*) = F(t^*)v(t^*) = 2.29 \cdot 10^{-13} \text{ W}, \text{ con la velocità } v(t^*) = b\omega \sin(\omega t^*) = 3.37 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}.$$

Esame di FISICA II
 Prova scritta – 14 Gennaio 2020

Es I)

Un sistema è composto da un guscio di metallo che contiene una sfera di materiale dielettrico omogeneo, lineare e isotropo. Sia il raggio della sfera di dielettrico $R = 12.5$ cm e la sua costante dielettrica relativa $\epsilon_r = 2$. Nel dielettrico è uniformemente distribuita una carica $Q = 1.5 \cdot 10^{-7}$ C, e il guscio di metallo è collegato a terra.

- Ricavare l'espressione del campo elettrico e del potenziale in funzione della distanza dal centro della sfera. Calcolare il valore del potenziale al centro della sfera.
- Quanto vale la densità di carica superficiale presente sul conduttore per induzione e dove si localizza.
- Si determinino le cariche di polarizzazione superficiali presenti sul dielettrico.



Es II)

Un circuito piano di lato $a = 3$ cm, resistenza $R = 2 \Omega$ e induttanza trascurabile è immerso in un campo \vec{B} uniforme perpendicolare al piano del circuito. Un lato, \overline{PQ} , del circuito è mobile e viene fatto oscillare con la legge $x(t) = a + b \cos(\omega t)$, dove x rappresenta la posizione istantanea del lato mobile e $b = 5$ mm. Si assumano attriti trascurabili.

- Sia $Q = 10^{-7}$ C la carica circolata nella spira fra $t = t_1 = 0$ e $t = t_2 = \pi/\omega$.

- Si determini il modulo del campo di induzione \vec{B} .
- Si riportino in grafico gli andamenti del flusso di \vec{B} e della corrente indotta in funzione di ωt , indicando in ordinate le espressioni delle ampiezze. Si specifichi il verso di circolazione della corrente indotta nel circuito al variare di ωt .

- Si analizzi la forza agente sul lato mobile, \overline{PQ} , prodotta dal campo \vec{B} ; se ne valuti direzione, verso e modulo all'istante $t^* = 240$ ms, assumendo una frequenza di oscillazione $f = 1.6$ Hz.

