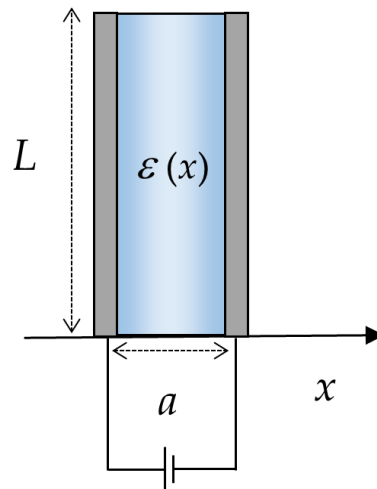


Fra le armature di un condensatore piano, poste a distanza  $a = 5 \text{ mm}$ , è presente un mezzo di costante dielettrica  $\varepsilon(x) = 3 \varepsilon_0 \left(1 + \frac{x}{a}\right)^{-1}$ , variabile in direzione perpendicolare alle lastre. Siano le lastre quadrate, di lato  $L = 15 \text{ cm}$ .

- Calcolare l'espressione per il campo elettrico all'interno del condensatore. Calcolare, anche numericamente, le densità superficiali di carica di polarizzazione sulle due superfici del dielettrico parallele alle armature, quando alle armature è applicata una differenza di potenziale  $\Delta V$  pari a 10 V.
- Poiché in questo caso è presente anche una densità volumetrica di carica di polarizzazione  $\rho_p$  e risulta uniforme, determinarne segno e valore sfruttando la conoscenza della carica totale di polarizzazione  $Q_p$ .
- Calcolare la capacità e l'energia elettrostatica del condensatore.



Soluzioni

$$a) \quad \vec{E}(x) = \frac{\sigma}{3\varepsilon_0 a} (a+x) \hat{u}_x \quad \text{con} \quad \sigma = \frac{2\varepsilon_0}{a} \Delta V = 3.54 \cdot 10^{-8} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

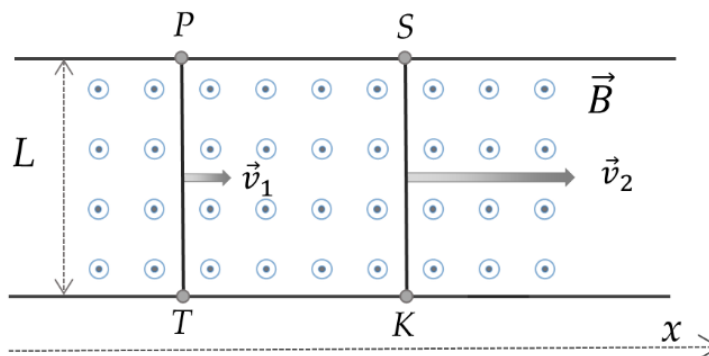
$$\sigma_p(x=a) = \frac{\sigma}{3} = 1.2 \cdot 10^{-8} \frac{\text{C}}{\text{m}^2} \quad ; \quad \sigma_p(x=0) = -\frac{2\sigma}{3} = -2.4 \cdot 10^{-8} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

$$b) \quad \rho_p = \frac{\sigma}{3a} = 2.4 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}}{\text{m}^3}$$

$$c) \quad C = \frac{\sigma L^2}{\Delta V} \cong 8 \cdot 10^{-11} \text{ F} \quad ; \quad U = \frac{1}{2} C \Delta V^2 \cong 4 \cdot 10^{-9} \text{ J}$$

Due barre conduttrici,  $\overline{PT}$  e  $\overline{SK}$  entrambe di lunghezza  $L = 40$  cm, traslano senza attrito su due binari conduttori di lunghezza indefinita; ciascuna delle barre presenta una resistenza elettrica  $R$  mentre i binari hanno una resistenza trascurabile. Tutto il sistema è immerso in un campo  $\vec{B} = 1.2$  T; il campo è uniforme, ha direzione perpendicolare al piano e verso uscente dal piano. Le due barre traslano con velocità costanti  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$ , parallele all'asse  $x$ , per effetto di due forze  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$ . Sia  $v_1 = 1$  m/s e  $v_2 = 10$  m/s. Trascurando gli effetti di autoinduzione, si determini:

- La resistenza  $R$  se la corrente che circola nel circuito  $\overline{PSKT}$  è  $i = 0.24$  A.
- Le due forze  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  necessarie a muovere le barre con velocità costanti.
- La carica che ha percorso il circuito dopo un tempo  $t = 10$  s.
- Supponendo che ad un certo istante sulla barra  $\overline{SK}$  non agisca più nessuna forza esterna, mentre sulla barra  $\overline{PT}$  continui ad agire una forza esterna che mantiene la sua velocità costante. Descrivere il moto della barra  $\overline{SK}$  e determinare la sua equazione di moto supponendo che abbia massa  $m$ .



Soluzioni:

$$a) R = \frac{BL(v_2 - v_1)}{2i} = 9 \text{ } \Omega;$$

$$b) \text{ Forze esterne: } \vec{F}_1 = -iLB \hat{x} = -0.12 \text{ N e } \vec{F}_2 = iLB \hat{x} = 0.12 \text{ N}$$

$$c) Q = \frac{BL(v_2 - v_1)}{2R} t = 2.4 \text{ C}$$

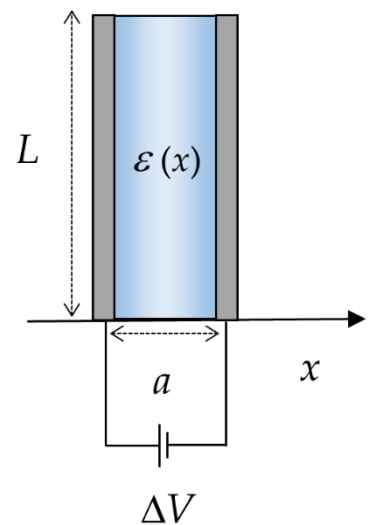
d) La velocità  $v_2 = \dot{x}_2(t)$  della barra  $\overline{SK}$  dipende dal tempo, dove  $x_2(t)$  è la sua coordinata. Per  $v_2(t) > v_1$  l'equazione di moto è  $m\ddot{x}_2 = -\frac{(LB)^2}{2R}(\dot{x}_2 - v_1)$  che descrive un moto viscoso, quando  $v_2(t) = v_1$ , nel circuito  $i = 0$  quindi non agiscono più forze magnetiche, e la barra  $\overline{SK}$ , come anche la barra  $\overline{PT}$ , si muovono di moto rettilineo uniforme.

Esercizio I

Fra le armature di un condensatore piano, poste a distanza  $a = 5 \text{ mm}$ , è presente un mezzo di costante dielettrica  $\varepsilon(x) = 3 \varepsilon_0 \left(1 + \frac{x}{a}\right)^{-1}$ , variabile in direzione perpendicolare alle lastre.

Siano le lastre quadrate, di lato  $L = 15 \text{ cm}$ .

- Calcolare l'espressione per il campo elettrico all'interno del condensatore. Calcolare, anche numericamente, le densità superficiali di carica di polarizzazione sulle due superfici del dielettrico parallele alle armature, quando alle armature è applicata una differenza di potenziale  $\Delta V$  pari a 10 V.
- Poiché in questo caso è presente anche una densità volumetrica di carica di polarizzazione  $\rho_p$  e risulta uniforme, determinarne segno e valore sfruttando la conoscenza della carica totale di polarizzazione  $Q_p$ .



Esercizio II

Due barre conduttrici,  $\overline{PT}$  e  $\overline{SK}$  entrambe di lunghezza  $L = 40 \text{ cm}$ , traslano senza attrito su due binari conduttori di lunghezza indefinita; ciascuna delle barre presenta una resistenza elettrica  $R$  mentre i binari hanno una resistenza trascurabile. Tutto il sistema è immerso in un campo  $\vec{B} = 1.2 \text{ T}$ ; il campo è uniforme, ha direzione perpendicolare al piano e verso uscente dal piano. Le due barre traslano con velocità costanti  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$ , parallele all'asse  $x$ , per effetto di due forze  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$ . Sia  $v_1 = 1 \text{ m/s}$  e  $v_2 = 10 \text{ m/s}$ . Trascurando gli effetti di autoinduzione, si determini:

- La resistenza  $R$  se la corrente che circola nel circuito  $\overline{PSKT}$  è  $i = 0.24 \text{ A}$ .
- Le due forze  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_2$  necessarie a muovere le barre con velocità costanti.
- La carica che ha percorso il circuito dopo un tempo  $t = 10 \text{ s}$ .

